### Libro para el docente

# HACER MATEMÁTICA 2



**Estrada** 



Esta obra fue realizada por el equipo editorial de Ángel Estrada y Cía. S.A., bajo la **dirección** de la Lic. Silvia Jáuregui.

En su realización han intervenido:

Editores: Graciela Cappelletti y Alejandro Palermo.

Corrección: Mónica Graziolo.

Dirección de Arte: Arq. Daniel Balado. Diseño gráfico: Pablo A. Alarcón.

Películas: D.G. Norma Alonso y Benjamín Benítez.

Agradecimientos: Para elaborar *Hacer Matemática 2* y este libro del docente, hemos retomado ideas largamente discutidas con nuestros colegas del Equipo de Matemática de la "Asesoría del Consejo de Educación de Corrientes" y del Equipo de Matemática de la "Dirección de Currículum del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires". Hemos, incluso, retomado párrafos de textos escritos junto con ellos. Por la fecundidad del trabajo compartido queremos agradecer a Cristina Camerano, Clara Barrionuevo, Patricia Sadovsky, Claudia Broitman y Horacio Itzcovich.

En particular, queremos agradecer a Lidia Acosta y Adriana Castro, quienes fueron lectoras críticas de esta obra desde los primeros borradores. Queremos agradecer también a una gran cantidad de maestros con quienes, a lo largo de los años, llevamos adelante el trabajo que constituye la experiencia de base en la que nos apoyamos.

Sin duda, los alumnos también enriquecieron nuestra experiencia, pero como es difícil hacerles llegar nuestro agradecimiento esperamos que la "devolución" suceda a raíz de que otros niños aprendan mucha Matemática —y disfruten— usando este libro.

Las autoras



Ángel Estrada y Cía. S.A. Bolívar 462, Buenos Aires, Argentina. Internet: www.estrada.com.ar

PROHIBIDA LA FOTOCOPIA (Ley 11.723). El editor se reserva todos los derechos sobre esta obra, la que no puede reproducirse total o parcialmente por ningún método gráfico, electrónico o mecánico, incluyendo el de fotocopiado, el de registro magnetofónico o el de almacenamiento de datos, sin su expreso consentimiento.

# ÍNDICE

Organización del libro del alumno	4
Introducción	8
Cómo pensamos Hacer Matemática 2.	
El análisis de las fichas.	
1 <b>N</b> ÚMERO	12
Utilizar los números en contextos variados.	
Conocer la serie numérica oral y escrita.	
Explorar el agrupamiento e iniciar el análisis del valor posicional.	
Nombre de los números.	
La comparación de números.	
2 OPERACIONES	20
El sentido de las operaciones.	
Los procedimientos de cálculo.	
Los procedimientos mentales de resolución.	
El cálculo mental.	
En relación con el algoritmo.	
En relación con la multiplicación.	
Proporcionalidad directa.	
Introducción de tablas.	
Las configuraciones rectangulares.	
En relación con la división.	
3 ESPACIO, FORMA Y MEDIDA	36
La organización del espacio.	
La representación gráfica del espacio.	
Figuras geométricas.	
Regularidades gráficas.	
Medición.	
4 Tratamiento de la información	41
Representación gráfica de situaciones.	
Identificación de elemementos a partir de sus características.	
Extracción de información presente en diversos portadores.	
5 BIBLIOGRAFÍA	46

### ORGANIZACIÓN DEL LIBRO DEL ALUMNO

#### Tratamiento de la información

PÁGINA	FICHA	INTENCIONES DIDÁCTICAS
9	2 Los cumpleaños	Ubicar información en un calendario anual.
10	3 El laboratorio de Ciencias Naturales	Interpretar un texto con un dibujo.     Distribuir una cantidad considerando una condición.
12	5 El registro de asistencia	Interpretar informaciones relativas a los días, los meses y los años.
20	9 La cena familiar	Comenzar a juzgar la verdad o falsedad de una afirmación.
23	12 Juego del retrato	Interpretar informaciones para identificar un elemento.
30	18 Juego del retrato (2)	Actuar sobre el referencial en función de las informaciones que se reciben.     Formular la característica común a un conjunto de elementos en forma positiva o negativa.
43	24 Juego del retrato (3)	Considerar simultáneamente varias informaciones.     Producir las informaciones necesarias para identificar un elemento.
46	26 ¿A qué juega cada una?	Representar distintas informaciones en un cuadro de doble entrada.     Extraer conclusiones a partir del tratamiento de la información dada.
86	53 En el club	Extraer y tratar información contenida en una imagen.     Determinar si los datos son suficientes para responder las preguntas.
100	61 El "picnic" de la primavera	Analizar formas de tratamiento de los datos y tipos de información que se obtienen.
108	67 El "ticket" de las compras	Localizar informaciones numéricas contenidas en un portador de uso cotidiano.
124	77 Concurso de preguntas	Elaborar y evaluar preguntas considerando el tipo de información que se produce al responderlas.
136	85 La mascota	Considerar informaciones positivas y negativas. Organizar el registro de las informaciones de modo que se facilite la obtención de las respuestas.
151	96 La torta de chocolate	Establecer relaciones entre informaciones presentadas en listas y en forma gráfica.     Solicitar y compartir informaciones para interpretar denominaciones relativas a capacidad y peso.
159	102 Llegó fin de año	Recapitular lo aprendido.

#### Número

8	1 Un nuevo año	Registrar y comparar cantidades.
14	6 El álbum de figuritas	<ul> <li>Organizar la serie numérica en intervalos de a 10.</li> <li>Determinar la ubicación de algunos números en el cuadro numérico a partir de la ubicación de los demás.</li> </ul>
22	11 El cuadro de números	Determinar la ubicación de algunos números a partir de otros dados.
25	14 El álbum de figuritas (2)	Organizar la serie numérica en intervalos de a 10.     Determinar la ubicación de algunos números en el cuadro numérico.
29	17 En el parque	Seleccionar los datos pertinentes.     Realizar una partición.
34	20 Palitos chinos	Componer cantidades considerando el número de elementos y el valor de los mismos.
42	23 El cuadro de números (2)	Determinar la ubicación de ciertos números a partir de informaciones sobre la ubicación de otros.
44	25 Carrera en el cuadro de números	Trabajar las adiciones de 5 y de 10 vinculadas con la organización del cuadro de números.  Observar las regularidades numéricas al sumar 5 o 10.  Vincular la suma y la resta de 10 con los desplazamientos verticales en el cuadro numérico.
48	28 Las curitas	Utilizar el conteo de a 10 para cuantificar una colección.

PÁGINA	FICHA	Intenciones didácticas
52	31 El uso del dinero	Familiarizarse con billetes y monedas de distintos valores.     Componer y comparar cantidades con los valores dados.
53	32 En la pizzería	Organizar los distintos pasos del procedimiento para obtener la solución.     Relacionar los datos del problema con los distintos pasos de la resolución.
54	33 Adivino el número	Conocer las regularidades de la serie escrita y utilizarlas para identificar números.     Tratar varias informaciones simultáneamente.
58	36 El tablero del automóvil	Interpretar el significado de números en contextos de medición.     Completar una serie involucrando el pasaje a la primera centena.
60	38 La fábrica de caramelos	Organizar el conteo de grandes colecciones. Utilizar el conteo de a 10 para establecer el número de elementos de una colección. Utilizar diversos procedimientos para comparar colecciones.
62	39 En el hotel	Trabajar con algunas regularidades de la serie numérica.
74	47 Orden de números	Establecer relaciones de orden entre números.
88	54 El cuadro de números (3)	Determinar la ubicación de números conociendo los encabezamientos de filas y columnas.     Determinar la distancia de un número a la próxima decena.
94	57 El juego de la rampa	Realizar composiciones y descomposiciones aditivas de números de tres cifras.
104	65 ¡Hacerlos valer!	Tomar decisiones para ubicar las cifras anticipando combinaciones y relaciones correlativas de orden.
114	72 Números y palabras	Ejercitar la lectura de números.     Identificar un número a partir de informaciones numéricas variadas.
118	74 El mundo animal	Ubicar números en intervalos numéricos dados. Determinar el número de elementos de un intervalo incluyendo sus extremos.
131	81 Números y palabras (2)	Interpretar la numeración oral y controlar su expresión en cifras.
139	88 De menor a mayor	Utilizar diversos criterios para ordenar números.     Producir números encuadrados entre otros dados.
154	98 Entradas para el Zoológico	Utilizar la descomposición de un número en centenas y decenas para realizar cálculos.

#### **O**PERACIONES

16	7 Números y colores	Ejercitar sumas y restas con números menores que 15.     Producir sumas y restas equivalentes.
18	8 La biblioteca de la escuela	Resolver problemas de suma y de resta con diferentes significados (reunir-agregar, quitar-completar).
24	13 Números y colores (2)	Ejercitar sumas y restas con números menores que 20.
26	15 El parque de diversiones	Seleccionar y tratar informaciones presentadas en textos y en imágenes.
28	16 Tabla de sumas	Ejercitar la suma de dígitos.     Distinguir los resultados que ya tienen disponibles y aprender a usarlos para resolver las sumas que todavía no automatizaron.
36	21 Compras para la escuela	Tratar diversas informaciones numéricas para obtener los datos requeridos en los problemas. Identificar el intervalo al cual pertenece un número.
38	22 Guerra de cálculos y resultados	Ejercitar la suma de decenas más dígitos.     Incorporar los signos <, > e = para expresar el sentido de una relación numérica.
47	27 Pensar los cálculos	Utilizar descomposiciones aditivas para facilitar los cálculos.
49	29 La tabla de las restas	Ejercitar restas de números menores o iguales que 10.
56	34 Camino de la escuela	Tratar la información para obtener los datos necesarios.

Décurs	FIGUR	WATEROONE DID OF THE PARTY OF T
PÁGINA	FICHA	INTENCIONES DIDÁCTICAS
57	35 Descarto 100	Trabajar los complementos a 100.
59	37 De todo un poco	Resolver problemas de suma y de resta con diferentes significados (reunir-agregar, quitar-completar). Analizar escrituras matemáticas en el contexto del problema y en relación con el procedimiento de solución.
63	40 ¡Puntos que valen!	Utilizar, en el contexto de un juego, la equivalencia "diez por uno".     Ejercitar la suma de decenas.
64	41 Mueblemagic	Vincular "restar 10" al funcionamiento del sistema de numeración.
65	42 ¿Mayor que 50?	Favorecer la realización de cálculos mentales de suma y de resta de decenas enteras.      Ordenar los resultados respecto de 50.
66	43 El juego del cajero	Utilizar en el contexto del dinero la equivalencia "diez por uno". Componer cantidades con "cienes", "dieces", "unos". Vincular el valor de la cifra con su posición en la escritura del número.
70	45 El juego del cajero (2)	Reunir colecciones y realizar canjes en el contexto del dinero.  Vincular el valor de la cifra con su posición en la escritura del número.  Averiguar totales trabajando sobre las colecciones o sobre los números.
72	46 ¡Puntos que valen 1 o 10!	Ejercitar la suma de bidígitos utilizando su descomposición en decenas y unidades.
76	48 Una nueva (y antigua) manera de sumar	Conocer y ejercitar el algoritmo convencional de la suma.
81	50 La tarea de Luis	Ejercitar el algoritmo de la suma.
82	51 Dados y restas	Ejercitar la resta de decenas enteras menos dígitos.     Observar las regularidades numéricas al restar un mismo número a las decenas.
84	52 Problemas y cálculos	Analizar escrituras matemáticas en relación con las situaciones problemáticas planteadas.
92	56 Problemas y cálculos (2)	Analizar escrituras matemáticas en relación con las situaciones problemáticas planteadas.
96	58 Sumas fáciles y de las otras	Seleccionar el recurso de cálculo (mental o algorítmico) más adecuado en cada caso.     Ejercitar la suma mental de números de hasta tres cifras.
97	59 Viaje en taxi	Interpretar una práctica habitual utilizada para dar vueltos.
98	60 Envío de libros	Desarrollar procedimientos mentales para el cálculo de sumas reiteradas.
101	62 ¡Saludos!	Agilizar los procedimientos mentales para calcular diferencias entre números pequeños.
102	63 ¡Restas bastante fáciles!	Buscar procedimientos mentales para restar.
106	66 Empieza la multiplicación	Identificar los probirmas relacionados con una suma reiterada.     Representar las sumas reiteradas por medio de una escritura multiplicativa.
112	70 Rogelio y su papá	Resolver situaciones problemáticas correspondientes a distintas operaciones aritméticas.
116	73 Compras y vueltos	Usar distintos procedimientos para determinar vueltos.
120	75 En el campamento	Resolver un problema que involucra restas o sumas reiteradas.
121	76 Una nueva (y antigua) manera de restar	Conocer y ejercitar el algoritmo convencional de la resta.
128	79 Las ventas de don Blanco	Identificar situaciones aditivas y multiplicativas.
130	80 Más restas	Ejercitar el algoritmo de la resta.     Resolver cálculos apoyándose en las regularidades observadas.
134	83 La cuenta de restar	Analizar el algoritmo de la resta y los errores más frecuentes.     Elegir el procedimiento adecuado para el cálculo.
135	84 Torre de miles	Ejercitar la suma y la resta con centenas.

PÁGINA	FICHA	INTENCIONES DIDÁCTICAS
137	86 Don José, el almacenero	Completar los valores de una tabla a partir del producto de varios números por uno fijo.
138	87 El cobrador de seguros	Ejercitar el algoritmo de la suma para números de tres cifras
142	90 Pisos rectangulares	Encontrar descomposiciones multiplicativas de los números en el contexto de la organización rectangular.
144	91 ¿Mentalmente?	Seleccionar el recurso de cálculo (mental o logarítmico) más adecuado en cada caso.     Producir cálculos anticipando procedimientos y resultados.
146	93 Problemas y cálculos (3)	Relacionar las situaciones problemáticas con las operaciones que permiten resolverlas.
148	94 La minigenerala	Calcular productos y sumas de productos.     Determinar el factor desconocido de un producto.
150	95 Los panchos para el cumpleaños	Explorar diversas soluciones de un problema.     Resolver divisiones por sumas reiteradas, eventualmente expresadas como multiplicaciones, o por restas reiteradas.
152	97 Tablas y más tablas	Determinar valores obtenidos al multiplicar por un valor constante.
156	100 ¿Cuántos habrá?	Utilizar la multiplicación para encontrar el cardinal de una colección.
158	<b>101</b> Las latas de gaseosas	Resolver situaciones correspondientes a distintos sentidos de la división (reparto, medición) utilizando sumas o restas reiteradas.

#### ESPACIO, FORMA Y MEDIDA

_0.71	JIO, FORIVIA Y IVIEDIDA	
11	4 El partido de fútbol	Determinar la dirección de un movimiento posible a partir de una representación gráfica.
21	10 Con la regla	Ejercitar el trazado firme de líneas.
32	19 Armando figuras	Reproducir una configuración identificando las figuras que la componen.
50	30 Dictado de colores	Utilizar informaciones relativas a formas y ubicación espacial para identificar elementos.
68	44 Papeles de regalo	Analizar un dibujo formado a partir de un modelo que se repite.     Determinar las posiciones relativas de elementos de un dibujo complejo.
80	49 Mosaicos romanos	Trabajar con la composición y descomposición de figuras.
90	55 Largos y cortos	Comparar longitudes tomando como referencia la unidad metro.
103	64 ¡Líneas bien derechas!	Trazar segmentos usando la regla dentro de una zona limitada.
109	68 ¿Cuánto mide?	Familiarizarse con una nueva unidad de medida: el centímetro. Realizar estimaciones y compararlas con la medición efectiva.
110	69 Para la primavera	Interpretar instrucciones verbales y gráficas para realizar un motivo decorativo.
113	71 Adornos para festejar la primavera	Identificar y reproducir el modelo que se repite.
126	78 ¡A medirse!	Conocer la relación entre metro y centímetro. Comparar medidas expresadas en distintas unidades.
132	82 Con los juguetes	Identificar objetos a partir de la representación gráfica desde distintos puntos de vista.     Determinar índices que permiten identificar un objeto.
140	89 ¿A ojo o midiendo?	Utilizar la medición efectiva cuando la apreciación perceptiva resulta insuficiente. Utilizar la medición como medio para identificar un elemento. Obtener una longitud a partir de la adición de longitudes.
145	92 El puente	Identificar los elementos constitutivos de una figura compleja.
155	99 Guirnaldas de fin de año	Obtener una longitud a partir de la adición de longitudes.     Comparar longitudes expresadas en distintas unidades.

### **NTRODUCCIÓN**

#### Cómo pensamos Hacer Matemática 2

Hace muchos años que acompañamos a niños en la tarea de aprender Matemática, y a maestros, en la tarea de enseñarla. Para hacer esta obra recuperamos nuestra experiencia, pero al mismo tiempo la transformamos, ya que teníamos que proponerla a través de un elemento particular: el libro de texto.

Las situaciones elaboradas buscan que los chicos aprendan Matemática haciendo Matemática. Nos basamos en el convencimiento de que aun los más pequeños aprenden resolviendo problemas, discutiendo, produciendo soluciones, revisándolas, encontrando nuevas formulaciones, reutilizando sus conocimientos ante otras situaciones, haciendo preguntas, detectando errores, empezando otra vez... Es decir, aprenden a través de las acciones que emprenden como respuesta a las preguntas, a las consignas, a los desafíos de los cuales se apropiaron. Aprenden a raíz de volver sobre la producción propia y de otros. Aprenden cuando expresan sus ideas y también cuando comienzan a dar sentido a signos y palabras largamente utilizados. Aprenden cuando su propia producción es reconocida y vinculada con los conocimientos disponibles en la sociedad.

Dimos importancia a las situaciones abiertas que admiten diversas soluciones y cuyo tratamiento puede evolucionar. Otorgamos mucho valor a la interacción entre los alumnos como fuente de aprendizaje.

El libro fue pensado como un elemento que favorezca un aprendizaje vivo y funcional de la Matemática, pero sabemos y afirmamos que las características del proceso de aprendizaje que se lleve adelante van a estar altamente determinadas por el proyecto del maestro. En este sentido, nuestro libro alienta la diversidad, contempla la interacción y la formulación del producto común del trabajo, pero, a la vez, no puede contenerlos. Estos aspectos serán una realidad viva en la clase si son relevantes para el maestro.

Somos conscientes de que el maestro es responsable del proyecto global, lleva adelante la enseñanza de muchas áreas y, para ello, es conveniente, y necesario, que cuente con herramientas concretas que le permitan articular, en lo pequeño, sus convicciones generales. En ese sentido, *Hacer Matemática 2* pretende ser un punto de apoyo relevante y fue pensado para desencadenar procesos de aprendizaje.

¿Qué significa esto? Significa que no lo consideramos como un libro de aplicación. La idea no es que el maestro tiene que enseñar los elementos (los números, los signos, las figuras...) y después recurrir al libro para que los alumnos apliquen lo que les enseñó. Al contrario, la mayoría de las propuestas fueron pensadas para iniciar un proceso de aprendizaje. Tratamos que constituyan verdaderos problemas, verdaderos desafíos; son, básicamente, cuestiones "difíciles", es decir, en general, los alumnos no van a dominar de entrada aquello que está en juego. Se pensaron contextos accesibles a los niños, se trató de presentar en términos claros para los alumnos lo que deben lograr (por ejemplo, poder determinar quién ganó o mandar un mensaje para hacer una construcción), se analizaron los conocimientos en los que pueden apoyarse para empezar a trabajar, pero, y queremos insistir en ello, se espera que los alumnos "tengan que trabajar", es decir que tengan que detenerse, pensar, probar, producir unas primeras soluciones sobre las que haya que volver, para mejorarlas, para cambiarlas. Muchas veces, se escucha decir que los alumnos pueden o no pueden hacer tal cosa, saben o no saben resolver una cuestión. Estamos proponiendo pensar el aprendizaje en términos más abiertos: cuando los alumnos abordan una situación saben algunas cosas y algunas, no; usarán sus conocimientos, pero, al mismo tiempo, estarán abordando algo nuevo, trabajoso, que "fuerza" a producir, y como resultado de un proceso que no es corto ni lineal, sabrán más que lo que sabían.

Obviamente, no todas las fichas tienen ese carácter de apertura, algunas representan una oportunidad de práctica, de vuelta individual sobre algún aspecto. Hay fichas de trabajo que retoman cuestiones iniciadas antes, pero, en muchos casos, la continuidad, la reelaboración dependerán de propuestas del docente estructuradas en torno de las líneas de trabajo tendidas. Justamente, uno de los sentidos de este libro para el docente es el de compartir cuáles son esas líneas que organizan la totalidad.

El maestro tiene la responsabilidad de asegurar un conjunto de adquisiciones en sus alum-

nos, en tiempos relativamente determinados. Tiene que inscribir su proyecto de enseñanza en una historia que ya comenzó y que continúa después. El proyecto tiene que contemplar tiempos largos y cortos y plantearse evoluciones a distintas escalas.

Para pensar este libro intentamos considerar esas distintas escalas. Trabajamos con una imagen de los objetivos a lograr en el año, pero lo organizamos en cuatro períodos (asimilables a los bimestres que rigen en muchas jurisdicciones). En cada período nos planteamos cuestiones que se abren, otras que se consolidan, etc. Para ello, tomando en cuenta las adquisiciones consideradas relevantes para cada bloque de contenido, proponemos una sucesión de situaciones pensadas a partir del análisis de los conocimientos básicos que cada una requiere, lo que pone en juego o lo que busca convertir en disponible. A la vez, consideramos la simultaneidad y las potenciales relaciones entre los aspectos que se abordan dentro de cada bloque o entre bloques para cada bimestre. Algunos aspectos tienen imbricaciones más fuertes: por ejemplo, los niños avanzan en sus conocimientos del sistema de numeración a raíz de las posibilidades de operar con los números y, a la vez, enfrentan muchos problemas de cálculo gracias a sus conocimientos de los números; otras imbricaciones son más débiles o simplemente responden a la necesidad de llevar varios asuntos de trabajo en paralelo. Las fichas de trabajo están pensadas básicamente en sucesión, pero en el índice para el docente se las reagrupó por bloque para permitir miradas internas a cada uno y también la definición de ritmos propios.

Se incluyen evaluaciones al término de cada bimestre, que pueden ser propuestas a los alumnos en función de las actividades de enseñanza efectivamente realizadas. Como dijimos, un libro de texto no tiene capacidad de contener la singularidad de los procesos reales de un aula. El maestro que decida utilizarlas definirá la valoración de los ítem según los pesos que les haya otorgado en la enseñanza o las características que haya tenido dicho proceso. Como todo el libro, en realidad, son meras herramientas al servicio del proyecto que monitorea el docente.

Así como intentamos considerar líneas de evolución a lo largo del año para los contenidos de los bloques, también intentamos considerar las posibles líneas de evolución dentro de las situaciones planteadas, ya sea en una ficha de trabajo como en los "paquetes" de fichas vinculadas. Incorporamos actividades donde los niños resuelven o contestan cuestiones, cuya finalidad es la reflexión sobre los procedimientos.

Imaginamos y proponemos diversas dinámicas en las cuales subyace un cierto esquema sobre momentos de una clase o de una serie de clases:

#### PRIMER MOMENTO: EXPLORACIÓN COLECTIVA DE LA SITUACIÓN

Buscamos que todos los alumnos comprendan la finalidad de la tarea o se apropien de las reglas del juego o construyan una representación del contexto de la situación presentada gráficamente o como enunciado. Básicamente, tienen que comprender qué se espera de ellos y tienen que poder imaginar una manera de empezar a enfrentar la situación.

#### SEGUNDO MOMENTO: TRABAJO INDIVIDUAL O POR PAREJAS O EN EQUIPO

Los alumnos trabajarán solos y se los alentará o se reinterpretarán las consignas si están detenidos, resituándolos en la finalidad de la tarea, pero sin juzgar los emprendimientos.

#### **TERCER MOMENTO: PUESTA EN COMÚN**

Se organizan diversas formas de interacción según el asunto que esté en juego. Puede provocarse la necesidad de llegar a una respuesta común, u organizar la exposición de procedimientos, la formulación y confrontación de resultados, la revisión y el análisis de procesos, etcétera.

#### **CUARTO MOMENTO:** CONCLUSIÓN CON LOS ALUMNOS

El docente hace la síntesis del trabajo de los niños, afina o introduce modos de representación del problema o de las soluciones, señala lo producido y/o lo que queda por hacer. Es un momento relevante y delicado a la vez: para que el discurso del docente tenga sentido para los niños, es imprescindible que se apoye verdaderamente en el trabajo de los alumnos. Si ello no ocurre, se estaría frente a una ficción: el docente estaría reconociendo en el trabajo de los niños un saber que realmente no produjeron. Por otra parte, los alumnos deben tratar de establecer cuáles son los aspectos de su producción personal que se relacionan con la explicación del docente. Si no lo hacen, corren el riesgo de recordar aspectos irrelevantes de la situación, que no funcionarán como referencias importantes para nuevas situaciones.

La mayor parte de las propuestas del libro alimentan el primer y el segundo momento. Incluimos cuestiones que propician que los alumnos actúen, hablen, registren, comenten o discutan su producción con un compañero o con varios. En algunos casos, propusimos producciones simuladas intentando provocar la convicción de que la revisión y el análisis forman parte del trabajo de Matemática.

En cuanto al tercer y cuarto momento entendemos que es el maestro quien, a partir de su análisis de la actividad propuesta y munido de las observaciones que realiza durante la realización efectiva, toma decisiones sobre qué tipo de puesta en común realizará y qué conclusiones pueden ser establecidas que guarden verdadera relación con el trabajo y las producciones de los alumnos. De todas maneras, en muchas fichas hay preguntas o consignas que sugieren o requieren de puestas en común. En otros casos, en este libro hemos indicado la pertinencia de realizarlas para abordar algún aspecto que está en juego.

Muchos maestros con los que trabajamos manifestaron su alegría, e incluso su asombro, cuando, utilizando propuestas como las incluidas en *Hacer Matemática 2*, vieron cuán productivos eran sus alumnos, cuántas ideas se les ocurrían, etc. Renovar la confianza en la capacidad de aprender de los alumnos es, sin duda, muy bueno. Pero suele tener un efecto indeseable que deseamos comentar: descubrir que los niños pueden ser verdaderos protagonistas de su aprendizaje y que para ello hay que dejarlos trabajar, cuestiona, para algunos maestros, el protagonismo que ellos tenían en el proceso de enseñanza y provoca una confianza excesiva en las posibilidades de los alumnos. En esos casos, suele ocurrir que los docentes se "retiran" más de lo necesario del proceso de enseñanza. Entendemos que la modalidad propuesta invita a nuevas formas de intervención, pero, insistimos, las situaciones incluidas no funcionan por sí solas y la calidad de las adquisiciones depende mucho del proyecto y del trabajo del maestro.

El trabajo con las fichas del libro representa una parte de la actividad del aula. Sin duda, este trabajo se enriquecerá con las propuestas de cada maestro, articuladas con las actividades cotidianas o con los diversos proyectos que están llevando adelante. Elaborar conocimientos para resolver situaciones vivas de la clase favorece la construcción de sentido, no solo de los conocimientos, sino de la Matemática misma.

#### El análisis de las fichas

Para comunicar la fundamentación didáctica de las situaciones propuestas, optamos por presentarlas en función de los bloques definidos. Al respecto, queremos insistir en que la distinción entre los bloques es relativa, ya que son muchas las relaciones entre los contenidos asignados a cada uno. Especialmente, queremos señalar que las situaciones propuestas en el bloque "Tratamiento de la información", se organizan, en general, sobre contenidos de los otros bloques, y que la progresión de las propuestas de "Número" y "Operaciones", se referencian unas a otras constantemente. Es por esto que algunas fichas de trabajo se analizan en más de un bloque, de acuerdo con los diversos aspectos que ponen en juego.

Armamos el libro para el alumno imaginando que se lleva el trabajo en los cuatro bloques más o menos en paralelo. Es decir que en un lapso de, por ejemplo, uno o dos semanas, los alumnos trabajan con situaciones de los cuatro bloques.

Para cada bloque, presentamos una breve introducción del enfoque y, luego, analizamos las fichas agrupadas por líneas de trabajo o en función de aspectos que las vinculan.

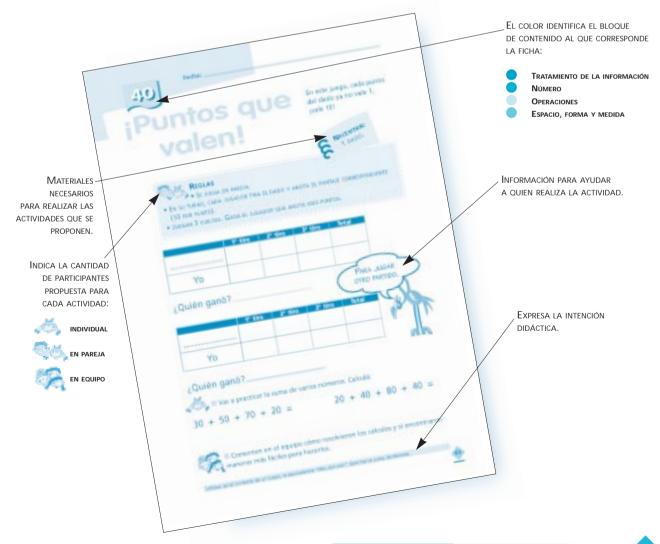
El análisis de las fichas es variable en cuanto a lo que abarca, pero, en general, apunta a

precisar lo que constituye el desafío para los niños. Suele suceder que, como los conocimientos involucrados en los primeros años de escolaridad nos resultan muy elementales a los adultos, esto dificulta estar consciente de la complejidad que representa para los niños. Pese a que el análisis de cada ficha o grupo de fichas no es exhaustivo en algunos momentos, puede resultar tediosa nuestra pormenorizada descripción de procedimientos, enumeración de argumentos, etc. Incluimos dichas informaciones porque estamos convencidas de que para que un maestro pueda proponer y conducir el trabajo con situaciones abiertas, que pueden ser abordadas de muy diversos modos por los alumnos, necesita tener una representación de esa diversidad y de posibles evoluciones. En los análisis de las fichas hacemos referencias a la evolución de los conocimientos.

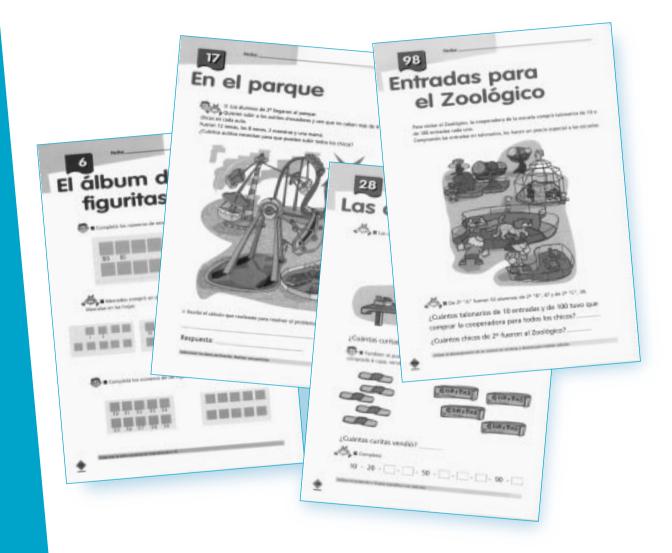
Tenemos presente la función limitada de un libro de texto, por tal razón intentamos comunicar elementos que nos parecen importantes para los maestros, sabiendo que son ellos, con su conducción de la clase y su trabajo con cada alumno, quienes van a provocar y asegurar los progresos en los alumnos.

Para leer este libro del docente es necesario tener al lado el libro del alumno. Esperamos que resulte un "mapa" que permita ir reconociendo los diversos itinerarios de conocimiento que se entrecruzan en *Hacer Matemática 2*.

Confiamos en que resulten herramientas útiles para quienes comparten el deseo de que para los chicos hacer Matemática sea una aventura de saber.



# 1 NÚMERO



En primer año nos propusimos lograr que los alumnos iniciaran la construcción de algunos sentidos del número, resolviendo situaciones problemáticas que los involucraran, pero también que avanzaran en los procedimientos de cálculo, que compararan, que conocieran la serie numérica, sus nombres y representaciones, por lo menos de números menores que 100.

En segundo año, proponemos ampliar y profundizar el conocimiento de la serie numérica oral y escrita con situaciones y contextos de trabajo que permiten iniciar el análisis del significado del valor posicional, y establecer nuevas relaciones entre los números, componiéndolos o descomponiéndolos, aprovechando el dominio creciente de los cálculos logrado a lo largo del año.

En este bloque, analizaremos las propuestas agrupando las fichas en tres líneas que apuntan a:

- Utilizar los números en contextos variados (fichas 17, 32, 34, 36).
- Conocer la serie numérica oral y escrita (fichas 6, 11, 14, 23, 25, 33, 39, 47, 54, 74, 88).
- Explorar el agrupamiento e iniciar el análisis del valor posicional (fichas 20, 22, 28, 31, 38, 57, 65, 72, 81, 98).

#### Utilizar los números en contextos variados

En este bloque de fichas es necesario distinguir entre la propuesta de actividades y los recursos que pueden utilizar los niños. Los problemas que se plantean en las tres primeras fichas (17, 32 y 34) podrían reconocerse como problemas de "multiplicación o de división", pero en el contexto de la propuesta aparecen como situaciones de búsqueda de procedimientos de resolución a partir de los conocimientos que los alumnos adquirieron anteriormente. No pretendemos que utilicen los recursos correspondientes a estas operaciones, es decir que multipliquen o dividan, dado que estos aprendizajes se iniciarán más adelante, sino que enfrenten tempranamente situaciones abiertas que favorecen la exploración, la discusión y se inscriben en una visión de los aprendizajes en tiempos largos, en los que los alumnos tienen la oportunidad de interpretarlos, ensayar soluciones y construir diversos significados antes de conceptualizar las operaciones involucradas. Estos problemas son herramientas para registrar acciones diversas (cuántos le van dando a cada uno, los bonos de una vuelta, de otra, etc.) o informaciones parciales en el curso de la resolución. En esta utilización de los números, los niños pueden involucrar cálculos, pero no se espera la resolución operatoria "experta". Cuando los problemas forman parte de una secuencia que compromete la evolución de los procedimientos de cálculo, los incluimos en "Operaciones".

En la ficha **17-En el parque**, la "historia" que cuenta el problema puede ser fácilmente comprendida e imaginada por los niños; de todos modos es conveniente leérselas y promover su reconstrucción oral dado que el dominio de la lectura es seguramente muy variable entre los alumnos.

Seleccionar y tratar los datos presentes para responder a las preguntas supone un trabajo más profundo que la lectura. Se trata, por una parte, de calcular el número de personas que subirán a los autos, seleccionando a las nenas y a los nenes, y dejando de lado a los adultos, ya que no subirán.

Una vez determinado ese número, resta distribuir a los niños en los autos para determinar cuántos serán necesarios para que todos puedan subir en la misma vuelta, teniendo en cuenta que pueden subir hasta cuatro en cada uno.

Puntualizamos los distintos pasos de la resolución con el fin de mostrar cuál es el interés del problema: seleccionar los datos pertinentes, tratarlos, buscar procedimientos para resolver y controlar los distintos pasos de la resolución.

Seguramente, los alumnos cuentan con procedimientos ligados con la representación gráfica de la situación. Ya sea dibujar 20 niños, agruparlos de a 4 y asignar a cada agrupamiento el significado de representar a un auto o dibujar varios autos y las 4 personas que pueden viajar en cada uno. En el primer caso es necesario contar el número de grupos-autos que se organizaron; en el segundo, es necesario controlar si las 20 personas fueron ubicadas en los autos y contar el número de autos que se necesitaron. Si se dibujaron más autos no serán tomados en cuenta.

Se trata de procedimientos diferentes, cuyo resultado se obtiene también en forma diferente y que exige de los niños un control bastante importante del proceso que llevan a cabo.

Algunos alumnos utilizarán números para representar ciertas etapas del proceso de resolución, por ejemplo, 20 como total de niños, varios cuatros para indicar los niños que entran en cada auto, pero serán pocos los que utilicen las operaciones de suma y resta para resolver el problema. Recordemos que el estudio de estas operaciones se inició en la segunda mitad de primer año y se profundizará en segundo.

El problema de la ficha **32-En la pizzería** plantea la necesidad de determinar cuáles son los datos pertinentes de la situación, por ejemplo, cuántos varones y cuántas mujeres van a comer pizza.

Por otra parte, como no se provee la información del número de trozos que comió cada niño, es necesario determinar la cantidad total de porciones, descontar las que comieron las dos niñas y el resto repartirlo entre los cuatro varones.

La situación planteada no exige que los razonamientos se realicen anticipando la acción efectiva, ya que está el dibujo de las pizzas y los alumnos pueden indicar en él los trozos que asignan a cada niña, y el resto repartirlo entre los niños; este reparto puede ser empírico.

La importancia de plantear problemas como el de esta ficha permite que los niños se involucren con situaciones reales, ricas en relaciones, que permiten un trabajo matemático muy diferente al que se hace para resolver problemas donde los datos están dados en forma numérica y en los que los niños deben determinar cuál operación realizar con los dos números presentes.

La ficha **34-Camino de la escuela** fue incluida en el bloque "Operaciones" porque aparece una suma de dieces, pero nos interesa analizarla aquí porque, siguiendo la línea de análisis anterior, podemos decir que una parte interesante de la tarea está dada por determinar cuántas veces es necesario sumar las 10 cuadras. Una vez que se sabe esa cantidad es necesario buscar recursos para sumar seis veces 10. En relación con estos recursos, la ficha será analizada en el bloque "Operaciones".

En resumen, podemos decir que la finalidad de resolver estos problemas es lograr que los alumnos representen la situación, usen los números, manipulen una serie de datos, representen gráfica o simbólicamente (usando algunos números) la situación y controlen sus procesos aunque no utilicen los procedimientos considerados más "apropiados" para resolverlos.

La confrontación posterior de procedimientos y resultados es una ocasión para discutir sobre los recursos utilizados, pero, también, para insistir sobre la toma de conciencia de los elementos y universos presentes tanto en la situación como en los modos de resolución utilizados. Por ejemplo, tomar conciencia de que cada uno de los cuatro que se está agregando (ficha 17) si bien se refiere a chicos, puede y debe interpretarse como un auto que ya se llenó.

En la ficha **36-El tablero** del automóvil, los números aparecen en el contexto de mediciones diversas presentes en un tablero. Se trata, en general, de medidas de la vida cotidiana, como medio o mitad del tanque de nafta o 120 km por hora. No se supone que esta ficha permita aprender fracciones o medidas de longitud, sino tomar contacto con usos habituales de los números.

Al final, los niños deben escribir 22 números a partir del 82, como aparecerían en un cuentakilómetros. Esta actividad los enfrenta con el problema del pasaje de la primera a la segunda centena.

#### Conocer la serie numérica oral y escrita

El aprendizaje de la numeración abarca un largo tiempo. Desde el primer contacto de los niños con los números en los que perciben globalmente (el 500 es un número grande, por ejemplo) hasta el momento en que son capaces de interpretar y utilizar la información contenida en la escritura de los números, pasa mucho tiempo. La numeración se construye lentamente y en profunda relación con la capacidad de calcular.

Para poder explorar, apropiarse y utilizar las regularidades de la serie numérica es necesario que los niños tomen contacto con la serie escrita en una porción suficientemente grande, que permita poner en evidencia las regularidades y el algoritmo de construcción de los números.

Desde primer año, los niños tienen la oportunidad de trabajar con la serie de números hasta 100, presente en distintos contextos, y pueden realizar algunos descubrimientos: esta es la fila del veinte y en ella todos los números son "veinti...algo" o todos empiezan con un 2; esta es la columna de los números que terminan en 7; en cada fila hay 10 números; si un número termina en 9, el que sigue termina en 0; si en una fila están los números que empiezan con 5, en la siguiente están los números que empiezan con 6, etcétera.

Siguiendo con la misma idea, en *Hacer Matemática 2* se presenta el contexto de un álbum de figuritas y un cuadro de números para trabajar la serie de números mayores que 100.

Muchas de las actividades tienen por finalidad descubrir la función que juega cada una de las cifras en la escritura de un número.

Recién en el tercer período incluimos un cuadro con números mayores que 100, porque consideramos que el trabajo con la primera centena es fundamental para comprender la organización y el funcionamiento del sistema de numeración decimal, y es necesario profundizar el trabajo iniciado en primer año.

En los contextos que se eligieron, los números aparecen agrupados en series de 10 números cada una. Así, en la ficha **6-El álbum de figuritas**, estas son colocadas de a 10 en cada hoja, y en el primer ejercicio solamente se solicita completar los números de algunas de las hojas. En los demás, se espera que los niños acepten el desafío de ubicar en la hoja el lugar de ciertas figuritas de acuerdo con la información: los dos primeros números de una hoja, el primero y último de otra, y solo el primero de la tercera. Es decir, se pide que identifiquen en cuál hoja se debe colocar el número dado y, dentro de cada una, su lugar preciso.

En la misma ficha, se incluye un cuadro con los números desde el 1 hasta el 100, organizados en filas de a 10. Algunos casilleros están tapados y los niños deben "adivinar" cuáles son esos números. También se plantea organizar un juego en parejas para seguir adivinando números.

Si los alumnos trabajaron con cuadros de números en primer año, puede ser muy útil realizar este juego en varias ocasiones, hacer las reflexiones necesarias para establecer relaciones y descubrir regularidades.

En las fichas 11-El cuadro de números y 23-El cuadro de números (2), se incluyen cuadros de números en los cuales se deben escribir solamente los números correspondientes en los casilleros coloreados.

Esta actividad apunta a mejorar los argumentos utilizados para identificar un número. Ya no es posible decir es tal número porque está después de... y antes de... porque no siempre están escritos el antecesor y el sucesor del número marcado.

Cambiar las condiciones presentes para la escritura de los números impide a los niños utilizar algunos procedimientos como el mencionado y hace necesario elaborar otros más avanzados, por ejemplo, es 24 porque está en la columna del 4 y en la fila del 20. En otros casos (ficha 23), esas referencias (números cabeceras de filas o columnas) no están presentes y para escribir un número será necesario determinar previamente algunos de los números no solicitados y con esa información determinar el perteneciente a la casilla marcada.

En la ficha **14-El álbum de figuritas (2)**, las informaciones que provee María permiten enfatizar la organización de los números en filas de a 10 (asociadas a las hojas del álbum) y su utilización para determinar más rápidamente la ubicación de cada número o de una serie de números. Se espera que los alumnos, espontáneamente o en las discusiones grupales o colectivas, tomen conciencia de que para ubicar, por ejemplo, el número 45, pueden recurrir directamente a la fila que se inicia con el número 40.

La ficha 33-Adivino el número forma parte de la secuencia del Juego del retrato, presentada en la página 42. Es necesario leer la propuesta completa de la secuencia para poder identificar los aspectos que se trabajan y que se ponen en juego en esta ficha. En las primeras fichas, los alumnos trabajan sobre diversos universos, pero en esta el "objeto" a identificar es un número entre 0 y 99. Para poder averiguar cuál es el número elegido, los niños formularán preguntas según las reglas del juego, usando sus conocimientos sobre los números o elaborando otros. Esta actividad apunta a que los alumnos reconozcan regularidades en la manera de escribir los números, y las utilicen para plantear preguntas pertinentes y para producir particiones teniendo en cuenta los grupos de números que van eliminando y los que siguen siendo "candidatos". Los alumnos cuentan con un cuadro de números (con el que ya trabajaron) y es importante promover que aprendan a registrar la información para tratarla mejor. El docente conduce el juego; ante una pregunta y su respuesta, puede consultar con los alumnos qué hacer en el cuadro para que la información quede registrada. Por ejemplo: "¿Está en la fila de los veinte?" "No", se registra tachando todos los números de esa decena. Este caso favorece que los alumnos tomen conciencia de que hay preguntas mejores que otras, justamente porque permiten eliminar más números.

Es necesario organizar distintos partidos variando la dinámica: un alumno contra todos, un alumno frente a equipos que discuten las preguntas antes de hacerlas; también es importante hacerlos jugar en parejas para poder observar qué nivel de apropiación tiene cada alumno, tanto de los conocimientos numéricos más útiles para la situación como de las mejores maneras de preguntar y registrar la información. Las actividades que completan la ficha también representan una ocasión de enfrentar individualmente el problema en juego.

Las fichas 39-En el hotel, 47-Orden de números y 74-El mundo animal presentan si-

tuaciones similares a las analizadas, es decir, se solicita ubicar determinados números en las decenas (ficha 39), en las medias centenas (ficha 47) o en las centenas (ficha 74) correspondientes, pero trabajando con universos diferentes.

En la ficha 47, se trata de ubicar números entre centenas y medias centenas, por ejemplo, entre 100 y 150 o entre 250 y 300. La presencia de intervalos de 50 números, en lugar de centenas, obliga a afinar la ubicación efectuada en otras fichas, ya que no es suficiente observar el primer dígito de la izquierda, cifra de las centenas, para determinar el intervalo al cuál pertenece.

Una vez más, la confrontación de los procedimientos de los alumnos permitirá al docente plantear la discusión sobre cómo determinar el lugar en que debe ser ubicado un número dado. Si un número de tres cifras empieza con 1 estará comprendido entre 100 y 200, pero si se pide ubicarlo entre 100 y 150 o entre 150 y 200, será necesario observar la segunda cifra, ya que solamente con la primera no es posible determinar su orden en la serie. En la ficha 74, se incluyen algunos ejercicios de cálculo de números comprendidos entre dos dados. Ya que los números que se eligieron son bastante cercanos unos a otros (por ejemplo, 814 y 820), para resolver el ejercicio puede utilizarse el procedimiento de enumerar todos los números involucrados.

La ficha **25-Carrera en el cuadro de números** permite relacionar el cuadro de números con el conteo de 10 en 10 o de 5 en 5 y con las sumas de 5 y 10. Este trabajo fue iniciado en la ficha 86 de *Hacer Matemática 1*. Las operaciones con los números 5 y 10 serán comentadas más ampliamente en el bloque "Operaciones".

Se plantea iniciar los saltos en el 0, pero también en los dígitos. Los alumnos tienen la oportunidad de empezar a descubrir qué efecto produce en los números sumar 10. Con frecuencia, los niños toman conciencia de las regularidades a partir de los nombres de los números: 24, 34, 54, etc., o de la ubicación en columna en el cuadro.

Un ejercicio que permite avanzar en el conocimiento de estas operaciones y su relación con las propiedades del sistema de numeración es el que se incluye en la segunda página, donde a partir de los casilleros en los que se cae es necesario determinar si el salto efectuado fue de  $\pm$  10 o de  $\pm$  5.

La reflexión en grupo apunta a hacer discutir a los alumnos sobre los recursos para anticipar los números a los cuales llegarían sumando o restando 10 cada vez.

La ficha **54-El cuadro de números (3)** presenta un cuadro de cien números, los comprendidos entre 600 y 700, para escribir algunos números conociendo solamente los encabezados de las filas y las columnas. También se pide que escriban los números capicúas. Los niños pueden escribir todos los números y buscar entre ellos los capicúas o bien "pensar" los capicúas y buscar su ubicación en el cuadro sin necesidad de escribirlos.

La discusión colectiva puede servir para analizar los procedimientos puestos en juego y para probar su eficacia en el siguiente ejercicio cuando se pide que escriban los números capicúas comprendidos entre 700 y 800. Buscar números capicúas dentro de una centena deja fijos los dos extremos; las variaciones están dadas por los distintos dígitos que pueden ocupar el lugar del "medio" (las decenas en este caso). Actividades de este tipo apuntan a que los alumnos puedan explorar estos universos a partir de ciertas condiciones y empiecen a "atrapar" la organización del sistema de numeración, que permite establecer y anticipar cuáles o cuántos números verifican ciertas condiciones.

La segunda parte de la ficha retoma la idea de desplazamiento en un cuadro de números. Uno de los ejercicios que se presenta responde al objetivo de trabajar con la distancia de un número a la decena siguiente, por ejemplo, calcular cuántos casilleros hay que avanzar desde el 672 hasta el 680 o bien, encontrar el número del cual se partió para llegar a 650, con un desplazamiento de 4 casilleros.

Estas actividades encuentran su justificación plena en el trabajo con cálculo mental que será analizado en el bloque "Operaciones".

## Explorar el agrupamiento e iniciar el análisis del valor posicional

El sistema de numeración está organizado según una estructura de agrupamientos recursivos (10 unidades de un orden forman una del orden siguiente, y así sucesivamente). En la escritura de un número cada posición confiere un valor que es relativo al nivel de agrupamiento.

En el intento de favorecer a los niños para que se apropiaran de la estructura del sistema, hubo un momento en el cual en los libros de texto de primero y segundo años proliferaron las actividades en las que los niños tenían que "agrupar de a...." (variable para trabajar la idea de base) y producir escrituras según diversos códigos (que remitían a los agrupamientos de modo directo o según convenciones).

Había una esperanza de que, como resultado de estos ejercicios, los alumnos pudieran "abstraer" la estructura del sistema. Diversos estudios psicológicos y didácticos cuestionaron los supuestos de dicho enfoque, particularmente la idea de que los alumnos puedan aprender directamente una estructura.

El problema didáctico de la adquisición de conocimientos profundos sobre el sistema permanece abierto. Sin embargo, diversas investigaciones y propuestas permitieron, tanto conocer las ideas que los alumnos construyen sobre el sistema —que serán tomadas como punto de apoyo— como iniciar y desarrollar un enfoque para la enseñanza del sistema de numeración, que proponga aproximaciones sucesivas en las que varíe y se profundice el tipo de relaciones que se establecen entre los números, tanto para la comprensión del sistema posicional como para la utilización de estos conocimientos en problemas y cálculos.

Por un lado, se valorizó el trabajo sobre la serie numérica y el estudio de la misma como medio para favorecer el conocimiento del sistema. Como dijimos, buscamos que los alumnos identifiquen las regularidades de la serie numérica y que las usen para nombrar, leer, escribir y comparar números. Las porciones de serie que se proponen son, a la vez, *recurso y objeto*, es decir, "las usan para..."; al mismo tiempo, aprenden qué es una serie organizada y cómo funciona.

Es importante remarcar la idea de que el trabajo sobre las regularidades es una aproximación a la comprensión del sistema posicional. Una aproximación centrada en cómo aparece, cómo se presenta en la oralidad y en la escritura, en los algoritmos para producir los números. Se debe tener presente que es justamente la organización posicional la que instala un aspecto algorítmico en la escritura de los números, aspecto que puede ser aprendido por los niños aun sin que comprendan la estructura profunda del sistema.

Por otro lado, se propone a los alumnos trabajar con contextos que están organizados en función del sistema posicional decimal (como el dinero) y también resolver problemas de conteo de colecciones que ya están agrupadas de a 10 o ante las cuales se deja a los niños elegir los medios para organizarlas, valorizando en el trabajo a posteriori el recurso del agrupamiento de 10.

En la ficha **20-Palitos chinos**, los valores seleccionados para los palitos (1, 2, 5 y 10) hacen aparecer con frecuencia una agrupación de valores a 10 para facilitar los cálculos. Agrupar de a 10 es una de las formas que pueden encontrar los alumnos para facilitar los cálculos. Otra forma sería agrupar primero los palitos que poseen el mismo valor.

Interesa, en esta ficha, discutir la relación y a la vez la diferencia entre el número de elementos y el valor de los mismos. En el juego, pueden obtenerse, por ejemplo, 2 palitos, pero el puntaje puede no ser 2 si los palitos tienen un puntaje de 5 cada uno. Esto constituye para los niños un trabajo muy diferente del conteo habitual en el que cada objeto vale una unidad. También anticipa el conocimiento sobre el sistema de numeración donde una misma cifra puede valer uno o diez de acuerdo con el lugar que ocupa.

Las fichas 28-Las curitas y 38-La fábrica de caramelos plantean el trabajo ya mencionado de agrupar de a 10 para facilitar el conteo de una colección o de cuantificarla aprovechando los agrupamientos que ya fueron realizados. Así, en la primera ficha, cada cajita contiene 10 curitas. Se trata, a la vez, de aprender el conteo de decenas y empezar a comprender el interés de su utilización. En la ficha 38, además de ofrecer la ocasión para buscar y discutir un manera cómoda de contar una colección bastante grande, se incluye una actividad

de comparación de colecciones formadas por elementos agrupados de a 10 (paquetes) y algunos caramelos sueltos.

La posibilidad de comparar los paquetes y en algunos casos poder decidir cuál de las colecciones es más grande sin tener en cuenta los caramelos sueltos, permite discutir nuevamente, desde otro punto de vista, la comparación de números. Desde el punto de vista de las regularidades de la serie numérica escrita, los alumnos podían inferir que un número que empieza con 3 es menor que otro que empieza con 4, si ambos tienen la misma cantidad de cifras. Desde el punto de vista de los agrupamientos, las "primeras" cifras remiten a los agrupamientos de a 10 y compararlas es suficiente, si son distintos, para determinar cuál de las dos colecciones es la más grande.

Las fichas **57-El juego de la rampa** y **65-¡Hacerlos valer!** continúan el trabajo de composición y descomposición que ya mencionamos.

Se plantean ejercicios donde se pone en juego la relación entre el valor de una cifra en un número (puntaje total) según el lugar que ocupa y la cantidad de unos, dieces o cienes que lo formaron (estos últimos son los valores de las bolitas).

La ficha 65 es utilizada para introducir los términos de unidad, decena y centena en un juego que permite analizar el efecto que produce en los números la variación en cada una de sus cifras. El juego plantea, además, la necesidad de anticipar tales efectos. Por ejemplo, si la primera vez un jugador extrae un uno, no será conveniente que lo coloque en el lugar de las centenas, dado que puede confiar en que, en las jugadas posteriores, extraerá un dígito mayor para colocar en ese lugar. En cada paso del juego, necesita analizar cuál es el lugar más adecuado para la cifra que tiene en sus manos.

La posibilidad de conocer durante todo el juego las cartas de su compañero, le permite, además, disminuir el rango de posibilidades que tiene en cada jugada. Las partidas simuladas plantean situaciones "especiales" que aportan una exigencia de mejores o distintos razonamientos a los realizados en el juego.

La ficha **98-Entradas para el Zoológico** plantea una situación similar a las trabajadas anteriormente con unidades y decenas, incluyendo ahora las centenas.

Como es una ficha destinada para trabajar hacia fines del año, no se representaron las colecciones. La pregunta sobre la cantidad de talonarios ofrece distintas posibilidades de resolución; por un lado, considerar la compra de talonarios para cada grupo de alumnos y, por el otro, determinar el total de niños antes de calcular el número de talonarios. Una vez tomada esa decisión, el número de talonarios, en los dos casos, puede obtenerse "mirando" las cifras del número: por ejemplo, para 53 alumnos se necesitan 6 talonarios, 5 completos (indicados por la cifra de las decenas) y otro para las 3 entradas restantes; o contando de a 10 hasta superar el número de alumnos, y determinando que si se llega hasta 60 entradas, el número de talonarios es 6.

El procedimiento que resuelve la situación para cada grupo exige de los niños una consideración posterior, dado que las entradas sueltas forman, a su vez, otro talonario. Este paso no es necesario si se calcula primero el total de alumnos que visitarán el Zoológico.

#### Nombre de los números

En las **fichas 72-Números y palabras** y **81-Números y palabras (2)**, se plantea el trabajo con los nombres de los números. Seguramente, los niños ya conocen muchos de los nombres de los números de tres cifras; en estas fichas, se pretende analizar y discutir algunas de las dificultades que aparecen en la tarea de nombrar los números o algunos de los posibles errores. Es el caso, por ejemplo, de escribir veintiocho como 208 a partir de una correspondencia literal con su nombre "veinti-ocho".

Las discusiones entre los compañeros de juego y la confrontación posterior debería permitir analizar las reglas que rigen la construcción del nombre de los números y su diferencia con las que permiten escribir los números con cifras.

Las adivinanzas de la ficha 72, actividad extraída del libro *Matemática Segundo Grado*, de la Secretaría de Educación Pública de México, ponen en relación el orden de los números y su

ubicación en la serie numérica, el número de cifras y el valor de cada una de ellas, así como su descomposición en términos de unos, dieces y cienes.

#### La comparación de números

A lo largo del libro, incorporamos actividades relacionadas con la comparación de números y la introducción de los signos > y <. La comparación de números se inició en primer año, enfrentando a los niños con problemas de comparación de colecciones que más adelante se relacionaron con los números, y finalmente se plantearon problemas de comparación sin que las colecciones estuvieran necesariamente presentes. Esto les permite empezar a tomar conciencia del poder de los números para comparar colecciones.

En segundo año continuamos el proceso trabajando con números más grandes que corresponden a colecciones que difícilmente puedan estar presentes, debido justamente a su tamaño.

La comparación de números está presente en varias fichas (1, 2, 9 y 13), y en el análisis de la ficha 38 se realizó un comentario sobre la comparación.

En la ficha 22-Guerra de cálculos y resultados, se introducen los signos > y <.

El juego de la guerra involucra la comparación de los números que quedan a la vista cuando se voltean las cartas. En este caso, algunas cartas incluyen sumas.

Luego de varios partidos, se pide comparar dos cartas en cada caso y este es el contexto elegido para introducir los signos que son representados simbólicamente.

Es importante señalar la diferencia existente entre saber comparar colecciones y/o números y saber utilizar adecuadamente los signos. Muchos niños pueden realizar comparaciones correctamente y, sin embargo, dudar en el momento de seleccionar el signo correspondiente. Es por esto que dedicamos muchas actividades, tanto en el libro de primer año como en este, a la comparación, antes de la introducción de los signos.

Dado que uno de los objetivos fundamentales de la enseñanza de la Matemática es lograr que los alumnos se apropien del vocabulario y la simbología matemática, se introducen los signos > y < en situaciones donde los alumnos pueden determinar cuál es "más grande" o cuál es "mayor", y la relación que se simboliza con los signos es traducida justamente a ese lenguaje.

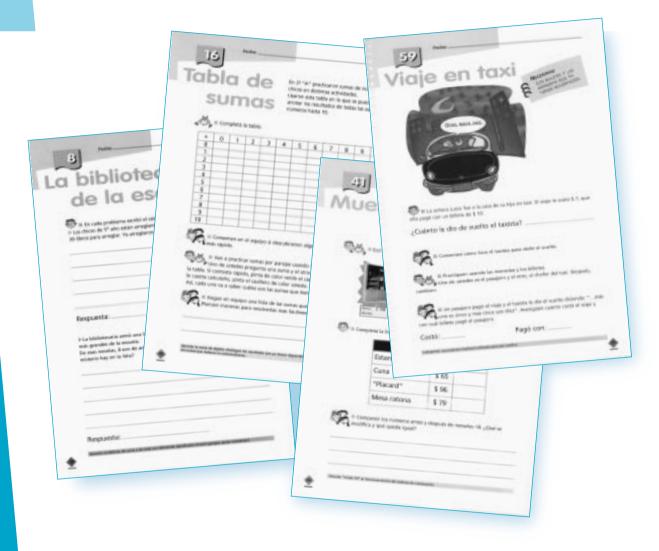
En fichas posteriores (47, 57 y 88), se solicita realizar las comparaciones y colocar el signo que corresponde, o completar con cálculos para que la relación indicada sea correcta (ficha 42).

En la ficha **88-De menor a mayor**, se incluye un ejercicio que permite analizar el orden de una serie de números a partir del valor de sus cifras.

Veamos algunos de los razonamientos que pueden o deben realizar los niños. Para completar el segundo número es necesario colocar, en el primer lugar, un número igual o mayor que 1, pero si colocan un 2, no resultará menor que el número siguiente que es del orden de los 100. Es el siguiente paso el que les permite decidir si la cifra colocada fue bien elegida.

Del segundo al tercer número, el análisis se centra en la cifra de las decenas, mientras que en el cuarto número, en principio puede ser colocada cualquier cifra ya que cualquier número "doscientos y algo" es mayor que cualquier número "ciento y algo". Nuevamente es el siguiente número el que determina si esta elección no fue la más adecuada, dado que si eligen colocar un 6, por ejemplo, resulta 236 > 235 y es necesario cambiarla.

En la confrontación posterior, el docente puede solicitar a los niños determinar cuáles son las distintas posibilidades para cada uno de los lugares vacíos. Se puede explorar el hecho de que una situación puede tener varias respuestas adecuadas, idea importante, respecto del trabajo en Matemática, que tendrá oportunidad de ser puesta en juego ante varios de los problemas que se proponen.



Las situaciones propuestas para trabajar las operaciones buscan favorecer la construcción del sentido de los conocimientos por parte de los alumnos.

Construir el sentido de las operaciones significa, centralmente, ser capaz de reconocer los problemas que cada operación resuelve. Representa un largo proceso en el que los alumnos, a raíz de enfrentar nuevos problemas, van enriqueciendo el sentido construido en situaciones anteriores. Si en un primer momento la suma está vinculada con un aumento de cantidades y la resta con una disminución, después, estas operaciones se mostrarán útiles, por ejemplo, para conocer lo que se tenía antes de perder o ganar, invirtiendo, en el terreno de las operaciones, el sentido de la acción evocada.

La evolución de los sentidos de las operaciones se hace posible a raíz de enfrentar nuevos problemas y se produce trabajando en distintos planos: en el plano de la interpretación de las situaciones; en el plano de los procedimientos que utilizan los niños, de las formulaciones y escrituras que son capaces de producir e interpretar; en el plano de las propiedades que se ponen en juego y que en algún momento serán explicitadas; en el plano de las relaciones que pueden ser establecidas entre los distintos conocimientos producidos. Todos estos aspectos son constitutivos del sentido de las operaciones y requieren ser tomados como objeto de trabajo en su especificidad y en sus vinculaciones.

Como estamos hablando de aprendizajes que se desarrollan en tiempos largos, sería muy conveniente que esos distintos sentidos (que se propician en la enseñanza) fueran objeto de trabajo entre los maestros de distintos años, dentro de cada ciclo y en el conjunto de la esco-

laridad. Esto apunta a determinar, para cada año, cuáles aspectos se están iniciando, para cuáles se buscará provocar una evolución firme en el terreno de los procedimientos, qué formas de escritura se aceptan, cuáles se presentan o incluso se exigen.

Hay algo importante que aclarar: que se valoren las distintas aproximaciones de los alumnos no significa proponer, a largo plazo, "que cada cual haga a su manera con tal que lo resuelva". Esa formulación, que puede ser adecuada para un momento, para una etapa, no puede sostenerse a la hora de considerar el conjunto de adquisiciones que se pretende en la escolaridad. Al contrario, entendemos que la tarea del maestro se plantea tanto a nivel de selección de los problemas, como del relevamiento de los procedimientos de los alumnos y de la gestión de las actividades para asegurar, en el tiempo, la evolución de los mismos y un nivel de dominio por parte de los alumnos que los ponga en condiciones de enfrentar nuevos desafíos.

Intentamos considerar el problema de la evolución de los conocimientos al armar las progresiones que organizan el libro. Las actividades seleccionadas para las evaluaciones dan cuenta de las adquisiciones que creemos pueden lograrse en cada período y que desde la enseñanza hay que buscar asegurar.

Las fichas del bloque, relativas a la suma y a la resta, serán analizadas en relación con:

- El sentido de las operaciones (fichas 8, 37, 52, 56, 59 y 73).
- Los procedimientos de cálculo (fichas 7, 13, 16, 20, 22, 27, 29, 35, 40, 41, 42, 43, 45, 46, 48, 50, 51, 58, 62, 63, 76, 80, 83, 84, 87, 91).

Las líneas de análisis definidas están íntimamente vinculadas, más aún, acabamos de afirmar que los procedimientos de cálculo forman parte del sentido de las operaciones. La distinción apunta a que una línea se organiza según las clases de problemas presentados y en la otra, son los cálculos los que se toman como objeto de trabajo.

Más adelante nos referiremos a la multiplicación y a la división.

#### El sentido de las operaciones

A lo largo de primer año, los alumnos empezaron a trabajar, fundamentalmente, con problemas que involucran los primeros sentidos de la suma (reunir y agregar) y de la resta (quitar y completar).

En segundo año, planteamos situaciones que permiten profundizar estos sentidos, en particular en relación con *completar*, en el caso de la resta.

Se presentá, además, un nuevo sentido de las operaciones, como recurso para encontrar el estado inicial, cuando se conoce la transformación que se realiza sobre el estado inicial (desconocido), y el estado final. Esto último es analizado en las fichas correspondientes.

La ficha **8-La biblioteca de la escuela** plantea problemas relativos a los primeros sentidos de las operaciones. Estos y otros problemas similares pueden permitirle al maestro establecer cuáles son los conocimientos disponibles de sus alumnos, tanto en el plano de los procedimientos que utilizan para resolverlos como en cuanto a los medios con los que los comunican. En tanto son problemas de enunciado y la lectura independiente puede ser compleja para muchos alumnos, es importante asegurarse que cada niño comprendió la situación planteada lo suficiente como para poder trabajar. Como modo de organización de la clase, se propone la resolución individual y se considera pertinente una posterior puesta en común.

Los dos primeros problemas son los más complejos porque ponen en juego el sentido probablemente menos trabajado en primer año: completar.

Ante el primer problema:

Los chicos de 5º año están arreglando las tapas de los libros más viejos. Tienen 30 libros para arreglar. Ya arreglaron 5. ¿Cuántos les falta?

Es posible que los alumnos utilicen procedimientos ligados al conteo:

- Dibujar 30 marcas, tachar 5 y contar las restantes.
- Contar desde 6 hasta 30 (que exige un doble conteo: por un lado, completar desde 6 hasta 30 y, por otro, determinar cuántos números fueron agregados). Para este problema, este procedimiento puede ser fuente de muchos errores ya que la distancia entre 5 y 30 es muy grande.
- Descontar 5 a partir de 30.
   O procedimientos más vinculados con el cálculo:
- Ir agregando a 5 lo que le falta para llegar a 30 por medio de sumas 5 + ... 5 + 10 + 10 = 30.
- Calcular 30 5, apoyados, por ejemplo, en el conocimiento de que 25 + 5 = 30.

En la puesta en común, se busca que, frente a la diversidad de procedimientos, los alumnos comenten cuáles procedimientos les parecen más seguros o más rápidos. Por ejemplo: "si a un número grande le tenés que sacar uno chiquito es mejor contar para abajo que completar para arriba".

Ante el segundo problema:

La bibliotecaria armó una lista de 15 novelas recomendadas para los chicos más grandes de la escuela.

De esas novelas, 8 son de amor y las otras, de misterio. ¿Cuántas novelas de misterio hay en la lista?

Los procedimientos pueden ser similares a los analizados, pero debido a que la distancia entre los números es menor, el conteo ascendente a partir de 8 (con doble conteo) resulta más eficaz que descontar.

Los tres problemas siguientes son más sencillos porque comprometen los sentidos probablemente más trabajados en primer año (quitar, agregar y reunir) y porque se utilizan cantidades que facilitan los cálculos. De todos modos es posible que muchos alumnos recurran a diversas formas de conteo.

Es conveniente plantear problemas similares a los analizados para dar oportunidad a los alumnos de avanzar y utilizar las "recomendaciones" que establecieron entre todos.

La ficha **37-De todo un poco** continúa el trabajo iniciado en la ficha 8 y, a la vez, inicia una secuencia de problemas en la que se pone en juego producir o elegir escrituras de cálculos, tanto vinculados a la interpretación que hacen del problema como a los procedimientos que utilizan para resolverlos. En los problemas de esta ficha, se utilizan números pequeños para facilitar la obtención de resultados y tratar de centrar la atención de los niños en el análisis de las escrituras.

La idea es proponer un conjunto de problemas que incluyan algunos de suma y resta "clásicos" junto con problemas de complemento o diferencia, pedirles que escriban las "cuentas" o los cálculos que hicieron y después organizar el análisis colectivo de las escrituras y de los tipos de problemas. Así, sucederá que para algunos problemas todos produjeron el mismo tipo de escritura. En cambio, para otros, a cierta altura del trabajo, se planteará "públicamente" el problema de cómo escribirlo o van a coexistir diversas escrituras que pueden ser analizadas y relacionadas por los alumnos.

Es posible que para el primer problema algunos alumnos escriban la resta 17 - 9 =, y para el cuarto, escriban la suma 20 + 12 =. En cambio, para los otros tres problemas es posible que les resulte difícil escribir un cálculo y que, entre quienes sí lo escriban coexistan escrituras diferentes; por ejemplo, para el segundo problema las escrituras: 9 - 5 = 4 y 5 + 4 = 9.

Los alumnos hacen a veces comentarios como los siguientes:

- —Yo puse 5 + 4 = 9 porque yo conté desde 5 hasta 9 y es 4.
- —¡Ah! Pero el resultado te quedó adentro de la cuenta.

Como se ve, las escrituras tienen "comodidades" e "incomodidades". Por un lado, esa escritura se vincula más claramente con el procedimiento utilizado, pero contradice otra idea fuerte que los alumnos tienen que es que el resultado es lo que aparece al final. En algunos casos, les resulta bastante inaceptable que lo que se encontró "quede en el medio".

En esta ficha, como en las siguientes, se propone que los alumnos produzcan escrituras a

las que otorgan sentido y las relacionen con otras, sin pretender "oficializar" una. Se busca que los alumnos acepten que puede haber diversos cálculos adecuados, a la vez que se va a promover que los alumnos comprendan que no cualquier cálculo corresponde al problema que se está tratando. Este aspecto constituye el foco de trabajo de las fichas 52 y 56.

En las fichas recientemente analizadas, se ponen en juego los diferentes sentidos de las operaciones de suma y de resta que fueron trabajadas en primer año.

En segundo, presentamos otro sentido de la suma y de la resta: es el que se refiere a la posibilidad de conocer lo que se tenía antes de que una cantidad aumente o disminuya. Las operaciones permiten invertir, en el terreno de las números, el sentido de la acción evocada.

Nos referimos a situaciones donde se conoce la transformación que se realiza a un estado inicial desconocido. Por ejemplo, se sabe que en un partido, Claudio ganó 6 figuritas y que volvió a su casa con 10 figuritas, y se quiere averiguar el estado inicial, es decir, saber cuántas figuritas tenía al empezar a jugar. La transformación presentada en el problema puede ser positiva o negativa. Comentaremos, ahora, algunos problemas relacionados con este nuevo sentido de las operaciones constituido por la idea de que una operación "deshace" lo que la otra "hace".

En la ficha 56-Problemas y cálculos (2), a través de los siguientes problemas:

Con sus ahorros, José compró un regalo para su mamá que le costó \$ 11. Le quedaron \$ 24. ¿Cuánto tenía ahorrado?

En la tienda, la vendedora acaba de vender 15 metros de tela para cortinas. Le quedan 10 metros más. ¿Cuántos metros tenía la pieza de tela?

se incorpora la nueva situación mencionada: conociendo la transformación que se produce (en el primer caso una disminución de \$ 11 por gasto) y la cantidad final (\$ 24), se trata de determinar cuánto tenía inicialmente.

Los alumnos utilizan básicamente dos tipos de procedimientos: algunos comprenden que no se sabe cuánto tenía José ahorrado, saben que esa cantidad disminuyó en 11 y que ahora tiene 24, pero no disponen de un recurso operatorio que les permita reconstruir el estado inicial.

La escritura  $\boxed{\phantom{0}} - 11 = 24$  puede resultarles representativa de cómo lo pensaron. En muchos casos ensayan diversas cantidades que pueden ocupar el estado inicial, y controlan realizando las restas hasta que "funcione". Por ejemplo 36 - 11 = 25, "se pasa", tiene que ser un poco menos. Prueban con 35 - 11 = 24, eso "va bien".

Otros alumnos piensan que al dinero que le queda a José hay que agregarle lo que gastó, porque "antes tenía esa plata". Están construyendo el nuevo sentido de la suma que ya mencionamos: es la operación que permite encontrar el estado inicial cuando la transformación es negativa. Para estos alumnos, la escritura 11 + 24 = es significativa.

La descripción de estos dos "polos" de resolución del problema es esquemática; muchos alumnos oscilan entre uno y otro dependiendo del problema, de los números involucrados, etc. Sin duda, el trabajo está orientado a que todos los alumnos construyan esos nuevos sentidos de las operaciones y dispongan de recursos operatorios para este tipo de problemas, ya que el primer modo de abordarlos tiene fuertes limitaciones y puede resultar muy costoso, por ejemplo, con números más grandes. Pero el pasaje de un "polo a otro" no se hace de una vez y para siempre, y los alumnos tienen que tener muchas oportunidades de trabajar sobre problemas diferentes, sobre los procedimientos y sobre las escrituras para poder avanzar en la construcción de los sentidos de las operaciones.

En particular, en la ficha que estamos comentando, sí se espera que rechacen la escritura 24 – 11 =, fundamentalmente a partir de su comprensión de la situación: ¿qué sentido tiene restarle al dinero que le queda lo que ya gastó?; y que acepten provisoriamente las otras dos, adecuadas a diversos modos de pensar el problema y su resolución.

Determinar el complemento fue el procedimiento que les permitió a los alumnos resolver varios de los problemas recientemente analizados. Este procedimiento es utilizado para dar vuelto, práctica propuesta para ser investigada y ejercitada en las fichas **59-Viaje en taxi** y **73-Compras y vueltos**.

#### Los procedimientos de cálculo

Ante un mismo problema, los niños utilizan diversos procedimientos, por ejemplo:

En el colectivo había 8 pasajeros, subieron 4. ¿Cuántos hay ahora?

- Algunos niños usan los dedos o dibujan 8 marcas; luego, 4 y cuentan todo.
- Otros niños sobrecuentan: 8... 9, 10, 11, 12.
- Algunos niños usan algún recurso de cálculo, por ejemplo 8 y 2, 10 y 2 más, 12.
- Otros disponen del resultado memorizado: 8 + 4 = 12.

Si bien todos estos procedimientos suponen el establecimiento de relaciones pertinentes (hay que agregar 4), tienen diferencias en cuanto a sus alcances y límites. Solo los dos últimos utilizan procedimientos de **cálculo**. El recurso de calcular supone utilizar un modelo aritmético general, que se podrá emplear aun cuando se aumenten significativamente las cantidades.

Los otros procedimientos son de **conteo** y se apoyan en una representación figurada de la situación evocando los objetos, o en el conteo de los objetos mismos. Resultarían muy poco eficaces si el mismo problema se planteara con cantidades mucho más grandes. Esto nos advierte sobre los límites para anticipar, inherentes a los procedimientos de conteo.

¿Cómo favorecer en los alumnos el pasaje de un tipo de procedimiento a otro? Se trata de proponerles problemas en los que tengan que calcular aun cuando no dispongan de una solución experta. A través de la resolución de diferentes problemas, la confrontación de diversas soluciones, la puesta a prueba de los procedimientos con números más grandes, los alumnos podrán empezar a apropiarse de procedimientos vinculados con el cálculo.

Esta transición no se hace de manera lineal, ni al mismo tiempo para todos los niños, ni de un modo definitivo para el mismo niño. No se trata de saltear los procedimientos de conteo, pues son indispensables por un tiempo para muchos alumnos y para diversos problemas. La tarea consiste en ayudar a los niños a superarlos y a incorporar otros procedimientos vinculados con la posibilidad de operar con los números, como así también de disponer de resultados.

Hay que saber aceptar que, en cada categoría de problemas, el pasaje de la utilización de procedimientos ligados al conteo y vinculados a una representación figurativa de la situación, al reconocimiento de un modelo de resolución que implica el recurso a técnicas de cálculo expertas es frecuentemente lento, raramente definitivo para un alumno y nunca simultáneo para todos los niños.

Esta observación implica muchas consecuencias:

- Hay que aceptar e incluso favorecer en la clase la pluralidad de procedimientos de resolución porque no solo anima a los alumnos a elaborar su propia solución, sino que puede ser fuente de progreso, de aprendizaje a partir de las confrontaciones que se pueden organizar entre ellos
- Hay que aceptar que, para situaciones aparentemente análogas, algunos alumnos dan la impresión de retroceder. El aprendizaje está lleno de dudas, de retrocesos, de aparentes detenciones hasta que las adquisiciones se estabilizan.
- Una exigencia precoz de formalización de soluciones (reconocimiento del cálculo a efectuar y producción de la escritura matemática correspondiente) puede ser una fuente de obstáculos para muchos alumnos que tratarán de producir la escritura matemática directamente a partir del enunciado apoyándose en palabras clave, sin involucrarse en la fase esencial de tratar de comprender la situación propuesta.
- Para favorecer el pasaje de un polo a otro, el docente deberá variar las situaciones que propone a los alumnos (para los problemas aditivos y sustractivos el "tamaño" de los números es una variable decisiva), lo cual exigirá nuevos procedimientos y mostrará los límites o la inutilidad de los anteriores.
- Otra herramienta fundamental es organizar los intercambios y las discusiones entre los alumnos, así como asegurar la difusión de los "hallazgos" de los alumnos entre todos. Llegan momentos en que ciertos procedimientos y, particularmente, ciertas formas de escritura mate-

mática, se "oficializan" y se convierten, en cierto modo, en procedimientos más o menos obligatorios y pueden empezar a ser requeridos o planteados como condición ante nuevas actividades. Los alumnos avanzan tanto con los nuevos objetos de trabajo que se les propone como con cierta exigencia de producir a partir de lo ya conquistado.

#### Los procedimientos mentales de resolución

El desarrollo de procedimientos mentales de resolución tiene un rol fundamental en el pasaje del conteo al cálculo y constituye un objetivo básico de primero y segundo años.

Más tarde, se favorecen los procedimientos escritos que se apoyan en las reglas de escritura de los números (numeración de posición). Pero para que los alumnos puedan trabajar a este nivel, tienen que ser capaces de construir una representación mental correcta de la situación y disponer de la posibilidad de obtener mentalmente ciertos resultados.

Los maestros con experiencia en primero y segundo años constatan que entre sus alumnos hay quienes disponen de procedimientos mentales de resolución y quienes, no; hay quienes memorizan con facilidad y quienes tienen que reconstruir siempre todo, hay a quienes se les ocurren diversas maneras de resolver y quienes disponen de muy pocos recursos.

En tanto consideramos fundamental lograr que **todos** los alumnos dispongan de procedimientos mentales de resolución y construyan comprensivamente los algoritmos, lo que vamos a plantear es que estos logros no pueden constituir únicamente logros individuales, sino que tienen que ser asumidos por el docente como metas de su enseñanza.

Hay un primer requerimiento, y es que los alumnos tienen que saber producir rápidamente (casi instantáneamente) una buena respuesta a lo que se suele llamar el repertorio aditivo: encontrar uno de los términos a, b o c en a + b = c, cuando a < 10 y b < 10, lo cual no excluye el conocimiento de otros resultados, pero condiciona su producción. Esta es la base del cálculo, sea escrito o mental.

En segundo año, se intensifica específicamente el trabajo sobre el repertorio sustractivo: encontrar uno de los términos a, b o c en a-b=c, cuando a<10 y b<10, que se continúa en tercer año ampliándolo a a<20.

Las fichas 7 y 13 ponen en juego partes de estos repertorios tanto para resolver como para producir cálculos.

La ficha **16-Tabla de sumas** permite registrar todas las sumas de números menores o iguales a 10. Al ir completando los casilleros, los alumnos "descubren" regularidades que facilitan el completamiento. Por ejemplo," *Los de acá son los de al lado con 1 más*" o "*Me salen los números en orden, pero corridos uno*". Esta cierta facilidad para completarla, producto de la organización en la tabla, no es en sí representativa de la disponibilidad de resultados de los cálculos considerados en forma discontinua (5 + 6, 7 + 8, etc.). El juego propuesto apunta, precisamente, a que los alumnos puedan distinguir los resultados que ya tienen disponibles respecto de los que no. Esta distinción instala dos líneas de trabajo:

- Por un lado, se ofrecerán actividades, juegos, etc., que permitan a cada alumno aumentar y organizar el repertorio disponible (*Hacer Matemática 1* ofrece muchas que pueden ser incluidas).
- Por otro lado, se deben ofrecer oportunidades para elaborar estrategias que resuelvan más fácilmente ejercicios que todavía son difíciles y promover el intercambio entre los alumnos, que permita que se difundan las "buenas ideas". La ficha 16 incluye consignas que van en esta dirección, lo cual tiene que ser largamente retomado.

Con esta segunda línea de trabajo se busca favorecer que los alumnos utilicen sus conocimientos para tratar las situaciones respecto de las cuales no disponen de resultados memorizados

Por ejemplo, disponer de los pares de sumandos que dan 10, permite a los alumnos tratar diversos cálculos. Así, para hacer 8 + 6 muchos niños piensan en (8 + 2) + 4. O, en cálculos de resta, por ejemplo, 14 - 6, lo convierten en (14 - 4) - 2.

Es importante favorecer la búsqueda y explicación de distintas maneras de tratar un cálculo.

Por ejemplo, para 7 + 8

(7 + 7) + 1	Reagrupamiento en torno a un doble
(7 + 3) + 5	Reagrupamiento en torno a 10.
5 + (2 + 8)	Reagrupamiento en torno a 10.
(5 + 5) + 2 + 3	Reagrupamiento en torno a 5.

Para nombrar los distintos procedimientos usamos un lenguaje y recursos de escritura que no son los de los niños y que no deberían ser enseñados en este nivel de enseñanza.

No se espera que cada alumno deba "conocerlos" todos. Se trata de que cada uno encuentre sus maneras preferidas utilizando a fondo el grupo, para dar la ocasión de adherir a las soluciones propuestas por otros. El recurso de la imitación es un recurso inteligente en la medida en que supone el reconocimiento del valor de lo propuesto por otro.

La ficha **27-Pensar los cálculos** propone un trabajo del tipo descripto, pero, por los números involucrados, forma parte de un "paquete" de fichas relativas a la construcción de diversos recursos de cálculo propios de segundo año, para cuya presentación se nos hacen necesarias algunas precisiones conceptuales.

La ficha **29-La tabla de las restas** pone en juego el repertorio sustractivo, pero la actividad se organizó para favorecer que los alumnos desarrollen la capacidad de estimar diferencias entre números, en este caso tomando como parámetro que sean iguales que 5, o mayores o menores que 5.

#### El cálculo mental

Actividades como las que acabamos de comentar se sitúan de plano en el terreno del cálculo mental.

Se entiende como *cálculo mental* al conjunto de procedimientos que, en función de los datos a tratar, se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido para producir resultados exactos o aproximados.

El cálculo mental se apoya en el hecho de que existen diferentes maneras de calcular y que se puede elegir la que mejor se adapta a una determinada situación. Así, cada situación de cálculo constituye un problema abierto que puede ser solucionado de forma diferente, invirtiéndose en ello los conocimientos disponibles sobre los números y sobre las operaciones.

Las actividades de cálculo mental proponen el cálculo como objeto de reflexión, favoreciendo la aparición y el tratamiento de relaciones y propiedades, que en el primer ciclo serán principalmente utilizadas y más tarde serán reconocidas y formuladas.

El cálculo mental también puede ser considerado como una vía de acceso para la comprensión de los algoritmos, ya que muchas veces la reflexión se centra en el significado de los cálculos intermediarios y esto facilita la comprensión de las reglas de las técnicas.

En este sentido, los C.B.C. plantean: "Antes del trabajo con los algoritmos convencionales, cuya comprensión total requiere la de las leyes del sistema de numeración (en especial la de valor relativo) y de las propiedades del conjunto numérico con que se opere, es conveniente una actividad sistemática con cálculos mentales y escritos, descomponiendo y componiendo los números como totalidades (en lugar de trabajar con las decenas, centenas, etc.) y asociándolos de acuerdo con cálculos y operaciones más simples que la alumna y el alumno hayan memorizado comprensivamente y puedan controlar". (Síntesis explicativa del bloque 2).

Así, alumnos de primero y segundo años, antes de aprender el algoritmo de la suma pueden resolver 34 + 27 de distintos modos, por ejemplo:

$$30 + 4 + 20 + 7 =$$
  $34 + 20 + 7 =$   $50 + 11 = 61$   $54 + 7 = 61$ 

Para que esto sea posible, se deben proponer actividades paralelas tendientes a que los alumnos dispongan en la memoria de un conjunto de resultados (en este caso, suma de dí-

gitos y suma de decenas enteras), porque solo en ese caso los alumnos podrán elaborar diversos procedimientos y, cuando aprendan el algoritmo, tener algún control sobre el mismo.

En *Hacer Matemática 2*, incluimos una gran cantidad de fichas que apuntan a mejorar los recursos con los que cuentan los alumnos para resolver problemas a través de la elaboración de diversas estrategias de cálculo y del acrecentamiento del conjunto de resultados disponibles.

La ficha **20-Palitos chinos** incluye sumas de varios sumandos (1, 2, 5 y 10, varias veces cada uno) y se propone que los alumnos busquen recursos para facilitar esas sumas. Los recursos ponen en juego, implícitamente, las propiedades asociativa y conmutativa de la suma.

Las primeras actividades de la ficha están destinadas a buscar procedimientos para facilitar las sumas, procedimientos que son discutidos en el equipo. Las actividades posteriores proveen ejercitación de los recursos elaborados y discutidos previamente.

La ficha **22-Guerra de cálculos y resultados** propone comparar el resultado de sumas de decenas más dígitos con bidígitos. Esta actividad involucra la descomposición aditiva en la que se apoyan principalmente los alumnos para resolver cálculos como 23 + 8 ó 25 + 37, tal como se mostró anteriormente.

En varias actividades propuestas para primer año se trabajaron los complementos a 10 y puede ser conveniente retomarlas al inicio de segundo. En la ficha **35-Descarto 100**, se trabajan los complementos a 100.

Las cartas para este juego tienen escritas las decenas (del 10 al 90) y una carta tiene una estrella sin valor numérico, pero de "gran peso" en el juego, ya que, al no poder aparearse con ninguna, con ella en la mano no podrán descartar todas las cartas. Algunos alumnos se apoyan en su conocimiento de los complementos de 10 para pensar los complementos a 100 ("Si 8 y 2 son 10, entonces 80 y 20 son 100") y esto significa que avanzaron mucho en su comprensión del funcionamiento del sistema de numeración.

El docente puede retomar ideas o expresiones de los niños sobre estas relaciones para que sean conocidas y discutidas por toda la clase.

En el contexto del juego, se propone completar expresiones como 80 + \_\_\_ = 100, en la cual el recuadro tiene un primer significado que es "la carta que junto con 80 forma 100". Esta escritura cobrará nuevos significados al ser utilizada ante otros contextos, y puede resultar una herramienta para los alumnos al expresar sus procedimientos justamente si se les dan múltiples oportunidades de interpretarla y de utilizarla.

La ficha 40-¡Puntos que valen! pone en juego un aspecto que es relevante para avanzar en la comprensión de la organización del sistema de numeración: la equivalencia "diez por uno". Además, propone ejercitar la suma de decenas y promueve la formulación de ideas para facilitar los cálculos. Caben aquí los comentarios realizados anteriormente sobre cómo gestionar la difusión de procedimientos apoyados en diversos conocimientos. Algunos, pueden apoyarse en los complementos a 100; otros, pueden sumar las decenas (usando los recursos propios de la suma de dígitos) y después agregar un cero, lo cual implica, como ya dijimos, haber avanzado mucho en la comprensión del funcionamiento del sistema de numeración.

Ejercicios equivalentes, pero con números mayores, se incluyen en la ficha **84-Torre de mi**les, donde se trabaja con sumas y restas, y con la búsqueda de complementos con centenas enteras

En la ficha **41-Mueblemagic**, se pide restar 10 a un conjunto de números. Los alumnos pueden usar diversos recursos: descontar, desplazarse en el cuadro de números (que fue trabajado en la ficha 25), "saltar" 10 para atrás mentalmente en la serie, etc., pero el objetivo central de la ficha es provocar "observaciones" que redunden en conocimiento del sistema de numeración: restar 10 es disminuir en 1 las decenas.

La ficha 42-¿Mayor que 50? retoma puntualmente la organización de la ficha 29, pero en este caso para la suma o la resta de decenas enteras y su comparación respecto de 50. Pueden aparecer casos en los que ciertos razonamientos bastan, haciendo innecesario el cálculo efectivo. Por ejemplo, "50 + 50 es mayor que 50 porque cualquier cosa que le sumes a 50 ya lo hace más grande". La actividad no exige estos razonamientos (pero los hace posibles), por lo cual se puede proponer, a posteriori del juego, que piensen si algunas tarjetas se pueden ordenar respecto de 50 sin hacer las cuentas, y en ese caso, que expliquen cómo saben que es mayor o menor que 50. En esta ficha aparece, además, una nueva ocasión de usar los signos > y <.

#### En relación con el algoritmo

Las fichas 43-El juego del cajero y 45- El juego del cajero (2) están en el bloque de "Operaciones" porque involucran la reunión de cantidades y proveen un contexto de actuación para realizar canjes, cuestión vinculable con los algoritmos. Sin embargo, los primeros aspectos puestos en juego: utilizar en el contexto del dinero la equivalencia "diez por uno", componer cantidades con "cienes", "dieces", "unos" y vincular el valor de la cifra con su posición en la escritura del número, responden al objetivo de profundizar el conocimiento del sistema de numeración. Este conocimiento es necesario, a la vez, para comprender los algoritmos. Al respecto, queremos retomar lo señalado en la Introducción: la separación del bloque "Número" del de "Operaciones" responde a la intención de señalar la necesidad de realizar actividades específicas y promover reflexiones particulares, pero esto no debe ocultar la profunda imbricación entre los mismos. Los niños avanzan en sus posibilidades de operar a raíz de sus crecientes conocimientos sobre los números, y al mismo tiempo profundizan su conocimiento sobre el sistema de numeración al poner en juego las relaciones aritméticas que subyacen al mismo.

Uno de los recursos principales con los que los alumnos pueden enfrentar la resolución de cálculos como 45 + 37, está dado por la descomposición aditiva de uno o de los dos números, por ejemplo, pensarlo como 45 + 30 + 7. El juego planteado en la ficha **46-¡Puntos que valen 1 o 10!** "fuerza" a que todos tengan que resolver cálculos de ese tipo, en un contexto de número de partida y número de llegada. Esta actividad puede ser vinculada con desplazamientos en el cuadro de números, que puede ser ofrecido a quienes les resulte complejo sostener una resolución mental.

La ejercitación siguiente se plantea en torno a regularidades (en dos de ellos, los desplazamientos aumentan de a 10 o, dicho de otro modo, solo cambian las decenas; en el otro, son los números de llegada los que aumentan de a 10).

En este tipo de ejercitaciones es conveniente organizar una puesta en común después de que los alumnos resolvieron individualmente uno o dos de los ejercicios planteados para permitir que los "hallazgos" se hagan públicos y que comenten cómo esto los ayuda a resolverlos. Se trata de que los niños sepan que están poniendo en juego conocimientos. Esa "oficialización" les permite saber que no están haciendo "trampa" ni "magia" e involucrarse en la búsqueda de regularidades que pueden no haberles resultado evidentes.

Las distintas actividades recientemente analizadas buscan proveer a los alumnos de diversos medios para resolver la suma de bidígitos en cálculo horizontal. En el contexto del dinero y de juegos se promovió la realización de canjes 10 por 1. Las fichas 28 y 38, que fueron analizadas en el bloque "Número", plantean problemas de conteo de colecciones en las que se busca que los alumnos pongan en juego el agrupamiento de a 10 o sean capaces de componer cantidades organizadas en paquetes de 10 y sueltos. Ambas cuestiones (los recursos de cálculo desarrollados y la profundización del conocimiento del sistema de numeración) pueden intervenir a la hora de tener que interpretar el algoritmo convencional de la suma. En la ficha 48-Una nueva (y antigua) manera de sumar, se propone a los alumnos resolver un cálculo horizontal de diversos modos y luego se presenta el algoritmo para el mismo cálculo pidiendo a los alumnos que traten de explicar cómo funciona. Aunque no está indicado como consigna, sin duda es necesario provocar una puesta en común de las explicaciones que los alumnos intentan dar, apoyados en diversos conocimientos.

Una vez establecido, se propone practicarlo haciendo cuentas o corrigiéndolas (ficha **50-La tarea de Luis**). Se busca propiciar aquí una actividad de análisis y explicitación de errores que se considera parte del aprendizaje (en tanto tal ya estuvo incluida en otras fichas). Hacer conscientes errores posibles en el uso de una técnica forma parte de la apropiación de la misma, puede favorecer la explicitación de algunos de los conocimientos que la justifican y también puede permitir el desarrollo de algunos medios de control sobre su uso. Por ejemplo, ante

algunos alumnos pueden decir: "No puede dar tanto porque es parecido a sumar 50 más 50 que da 100", usando el recurso de la estimación por redondeo.

Sin duda, no basta una actividad como la de la ficha para que suceda todo lo que se declara como posible, representa solo una oportunidad más de poner en juego aspectos a los que se debe apuntar en forma permanente.

La ficha **87-El cobrador de seguros** incluye la ejercitación del algoritmo de la suma para números de tres cifras.

Históricamente, la enseñanza del cálculo se centró en la de los algoritmos de las cuatro operaciones, dejando por fuera la de otras modalidades de cálculo.

Actualmente, se plantea que los alumnos aprendan a discernir, frente a un problema, si es necesaria una respuesta exacta o aproximada, y a elegir, en función del problema o del cálculo en particular, mediante qué medio van a producir la respuesta.

Para que esta finalidad de largo aliento sea posible, se debe promover tempranamente que los alumnos desarrollen diversas modalidades de cálculo (exacto, aproximado, mental, con papel y lápiz, con calculadora) y plantearles con frecuencia la actividad de elegir modalidades y eventualmente justificar la elección. Esta es la intención didáctica de las fichas 58-Sumas fáciles y de las otras y 91-¿Mentalmente?

En paralelo con un fuerte trabajo en el terreno de la suma, se plantean problemas y ejercicios que inician y profundizan el trabajo en el terreno de la resta, muy propio de segundo año. En algunas de las fichas ya comentadas, se propone trabajar el repertorio sustractivo, restar 10 y vincularlo al sistema de numeración, la resta de decenas, etcétera.

En la ficha **51-Dados y restas**, se retoma una dinámica de juego ya utilizada en la ficha 46, pero se involucra la resta de decenas enteras menos dígitos. Estas restas ponen en juego los complementos a 10. El completar la tabla (efectivo y anticipado) busca colocar dicha regularidad como objeto de análisis para los alumnos.

A través de distintas actividades, se ha buscado que los alumnos avancen en su conocimiento de los repertorios aditivo y sustractivo. El juego propuesto en la ficha 62-¡Saludos!, tomado del libro El niño reinventa la aritmética, de C. Kamii, pone en juego el cálculo de sumas o de complementos (según el rol del jugador). En el análisis de los problemas realizados anteriormente, se indicaron diversas situaciones que buscan que los alumnos establezcan relaciones entre determinar complementos y restar. En esa línea, el juego propuesto busca agilizar esos procedimientos y favorecer el establecimiento de relaciones entre la suma y la resta (bajo uno de sus sentidos).

En la ficha 63-¡Restas bastante fáciles!, se eligieron números terminados en 0 ó 5 para propiciar la elaboración de procedimientos mentales de resta. Seleccionar ciertas restas que son más fáciles que otras apunta a que los alumnos reconozcan que no siempre las restas son "difíciles" y empiecen a establecer puntos de apoyo para abordarlas. Sin duda, la categorización en "fáciles" y "difíciles" es extremadamente relativa y se promueve al solo efecto de favorecer una cierta reflexión sobre los cálculos y de estimular la comunicación entre los alumnos respecto de "casos" y recursos.

Para el algoritmo de la resta usamos la misma opción que para el de la suma (ficha **76-Una nueva (y antigua) manera de restar**): consiste en presentarlo para los mismos cálculos que los alumnos resolvieron por procedimientos diversos y promover los intercambios entre los niños intentando explicar su funcionamiento. Cierto es que puede señalarse una menor continuidad entre los procedimientos para el cálculo horizontal y el algoritmo en el caso de la resta que en el de la suma. Por ejemplo, para 40 – 17 es probable que algunos alumnos hagan 40 – 10 = 30 y después 30 – 7, lo cual involucra un orden inverso respecto de aquel con el que se procede en el algoritmo y, además, en ningún momento hicieron 10 – 7, como resulta al descomponer las decenas. Entendemos que los algoritmos son técnicas muy elaboradas que, en algunos casos, no puede esperarse que sean "reconstruidas" por los alumnos. Sí, se busca que comprendan los pasos que involucra y que desarrollen, en paralelo, algunos medios de control sobre dichas técnicas, de modo de juzgar el resultado si es razonable y detectar errores y subsanarlos si los hubo

La ficha **80-Más restas** propone practicar el algoritmo y también presenta dos conjuntos de cálculos que involucran regularidades. (En el primer caso, el minuendo aumenta de uno en uno y el sustraendo es constante; en el segundo, ambos términos aumentan de uno en uno, lo cual hace constante el resultado.) Los alumnos pueden descubrirlas a medida que trabajan. Después,

se pide que lo comenten. Buscamos, como tantas veces lo declaramos, que los alumnos se habitúen a detenerse ante los cálculos, observarlos y ver si las relaciones planteadas o los resultados disponibles u obtenidos facilitan la resolución. En particular, se promueve también que puedan formular sus observaciones, por ejemplo: "Si el número al que le tenés que restar aumenta uno, pero lo que le tenés que sacar también, al final tenés lo mismo".

La ficha **83-La cuenta de restar** propone la cuenta como objeto de trabajo, ya sea para practicar la desagrupación, para identificar errores posibles o para seleccionar el procedimiento (mental o algorítmico) más pertinente al cálculo en cuestión.

#### En relación con la multiplicación

Como ya dijimos, enseñar Matemática es permitir a los niños que traten matemáticamente ciertas situaciones reales, por lo tanto, enseñar las cuatro operaciones no puede reducirse únicamente a hacer aprender los procedimientos de cálculo, las famosas tablas, sino que demanda del alumno que pueda identificar y utilizar las propiedades numéricas de las situaciones que se le proponen para extraer nuevas informaciones. Es aquí donde entran en juego las relaciones entre las situaciones reales y las estructuras numéricas que pueden aplicarse.

La multiplicación presenta, para su aprendizaje, dificultades mayores que la suma.

Si en la suma todos los números pertenecen a un mismo universo, en la multiplicación, por el contrario, los números pertenecen a universos diferentes.

Así, si tratamos de colocar 6 fotos en cada hoja de un álbum que tiene 8 hojas, será necesario trabajar a la vez con el número de fotos en cada hoja, con el número de hojas (que a su vez están formadas por fotos) y, finalmente, con el número de fotos que se colocan.

El segundo año de la escolaridad básica constituye el momento tradicionalmente reconocido para el aprendizaje de la multiplicación.

Pero antes de llegar a ese nivel, los alumnos tuvieron la oportunidad de enfrentarse a "problemas multiplicativos". Dijimos que algunos de los problemas propuestos podían ser reconocidos por los docentes como problemas de multiplicación, pero el objetivo de presentarlos en primero o en los inicios de segundo, es permitir a los niños enfrentar tempranamente problemas diversos, buscar procedimientos personales de resolución y no desembocar directamente en la multiplicación. Es el caso de los problemas incluidos en la ficha **15-El parque de diversiones**, que aunque son vinculables con la multiplicación, no se tratarán como tales por los alumnos. Elegimos números pequeños y relaciones muy disponibles (doble, triple) que facilitan los procedimientos mentales de resolución.

Por otra parte, en el conteo de colecciones más grandes, los alumnos tienen la oportunidad de considerar agrupamientos equipotentes, como es el caso de agrupar de a 10 elementos, para obtener el cardinal de la colección.

En *Hacer Matemática 2*, introducimos la multiplicación a partir de situaciones problemáticas que le irán dando sentido a la operación y, paralelamente, actividades que permitirán el desarrollo y la evolución de los recursos de cálculo.

Cuando se inicia el trabajo sistemático sobre la multiplicación, en el tercer período de segundo año, los alumnos ya deberían haber adquirido suficiente dominio de los recursos de cálculo para resolver problemas aditivos; por lo tanto, se puede plantear la evolución de sus procedimientos de cálculo de manera significativa.

La multiplicación aparece en situaciones de repetición, que se caracterizan por el hecho de que tal situación puede ser analizada como formada, por lo menos en parte, por subcolecciones de un mismo cardinal y considerar procedimientos de resolución donde interviene una repetición de acciones asociadas a agregar o a retirar sucesivamente una misma cantidad.

En esas situaciones, los alumnos podrán movilizar procedimientos conocidos, adaptarlos a las nuevas condiciones y hacerlos evolucionar.

Para que esa evolución sea posible, es necesario asignar al aprendizaje de la multiplicación un tiempo prolongado.

Un aprendizaje prematuro de las técnicas escritas de la multiplicación conduce a menudo al abandono de métodos de cálculo empíricos o mentales con frecuencia más rápidos y eficaces.

Seleccionamos datos numéricos que favorecen procedimientos mentales y permiten a los niños centrar su razonamiento en el proceso de resolución, sin que cálculos complejos interfieran en ese proceso.

Del mismo modo que en relación con las operaciones de suma y resta, consideramos distintos sentidos; también, en este caso, podemos hablar de distintos tipo de problemas: ligados a la proporcionalidad directa o ligados a las configuraciones rectangulares.

Por otra parte, iniciamos el trabajo de representación de situaciones en tablas, que permite organizar la información presente y facilita el cálculo de distintos valores.

#### Proporcionalidad directa

Son situaciones donde se establece una relación de proporcionalidad (simple y directa) entre dos magnitudes (número de objetos y precio a pagar, número de fotos y número de hojas de un álbum, etc.), con la característica de conocer el valor unitario: número de fotos en una hoja, precio de un objeto.

Estos problemas generadores de sentido, corresponden al enfoque que mencionábamos anteriormente; pueden ser resueltos por los alumnos a partir de sus conocimientos anteriores y de sus recursos de cálculo disponibles, y proveen, además, ocasiones adecuadas para hacerlos evolucionar.

La ficha 60-Envío de libros plantea una situación que se puede resolver por medio de sumas de una misma cantidad. La elección de 5 como valor de la parte a iterar permite una resolución a nivel de cálculo mental.

La simplicidad de este cálculo no debe hacer olvidar la dificultad intrínseca de la multiplicación, provocada por el necesario cambio de unidad: libros en un principio, pero al ser agrupados en 5 por caja determinan una nueva unidad de conteo: la caja. Esta dificultad es la que marca su diferencia con la suma.

En esta ficha, se incluyen tres problemas dentro del mismo contexto. En el primero, se trata de encontrar el número total de libros que serán enviados en 8 cajas. El cálculo habitual para adultos o niños más grandes, 5 x 8, puede ser reemplazado por una suma reiterada que, como dijimos, es el recurso hasta entonces disponible y puede ser calculada mentalmente.

El segundo problema plantea agregar 2 cajas más. El total de libros puede ser calculado con una suma de 10 veces 5, pero se espera que en su trabajo individual o en las discusiones grupales o colectivas, los niños consideren la posibilidad de agregar 10 (o 5 + 5, correspondiente a las 2 cajas agregadas) al resultado anterior: 40.

De esta manera, pretendemos iniciar la relación entre los distintos productos y propiciar la búsqueda de procedimientos más avanzados y eficientes.

El tercer problema plantea lo inverso: calcular el número de cajas sabiendo el número total de libros. Este es un problema que se resuelve con una división, operación que los niños aún desconocen. Pero se eligió el número 65 como número total de libros, suficientemente cercano al 50 obtenido en el problema anterior, para facilitar el empleo de ciertos procedimientos de sumas y restas. La cercanía entre 50 y 65 permite obtener el número de cajas necesario, completando las 8 cajas (correspondientes a 50 libros) con 3 cajas más para los 15 libros restantes.

Sin embargo, existen otros procedimientos para resolver este problema: sumar sucesivamente 5 libros hasta obtener los 65 del enunciado, por ejemplo. Esto exige un doble conteo: por un lado, sumar 5 en cada paso controlando si se llegó a 65; por otro, contabilizar el número de cajas, representadas por cada grupo de 5 libros.

El doble conteo correspondiente a la presencia en la misma situación de elementos de dos universos de niveles diferentes, muestra la dificultad de la multiplicación, pero, a la vez, la riqueza del trabajo que deben realizar los alumnos. Problemas como estos, les permitirá desarrollar su capacidad de controlar un proceso bastante "largo" (sumar 8 ó 10 veces 5, por ejemplo), en relación con los presentados en situaciones anteriores.

Por otra parte, el resultado del problema, según el procedimiento utilizado, no coincide necesariamente con el resultado del cálculo realizado. Como señalamos, cuando logran llegar,

sumando cincos al número 65, este no es el resultado, falta contabilizar el número de cajas que se necesitaron.

Aun en el caso en que se escriba la cuenta correspondiente, el número de cajas no queda representado por los números escritos, sino que tiene que ser establecido contándolos: la asignación mental de 5 libros a una caja y el cambio de unidad, 5 libros por 1 caja, queda bajo la responsabilidad de los niños.

Se presentan variadas situaciones relativas a la multiplicación para que estos procesos puedan ser desarrollados por todos los niños.

Además del trabajo individual enriquecido por las discusiones en parejas o grupales, será necesario que el docente organice discusiones colectivas sobre los procedimientos utilizados, sin imponer prematuramente memorizaciones de resultados.

Los procedimientos analizados, pueden ser desarrollados por los niños, quienes deben, en todo momento, tener conciencia de cuáles son los elementos o conjuntos que están utilizando. Para ello, las preguntas del docente como: ¿qué representa el 5? ¿Libros? ¿Cajas? ¿Qué es 65? ¿Qué representa en la situación? puede ayudarlos a tomar conciencia de sus propios razonamientos

En la misma ficha se incluye una actividad de reflexión y búsqueda de formas alternativas para resolver las sumas largas, y en los dos puntos posteriores se plantea ejercitación para la resolución de sumas de un mismo sumando. Ambos ejercicios apuntan a lograr que los niños reduzcan las sumas que realizan mentalmente.

Para introducir explícitamente la multiplicación, seleccionamos problemas que los alumnos pueden resolver con sumas, pero se busca que puedan identificar estos problemas como distintos de los "otros de suma", a raíz del análisis de los universos en juego y a raíz del reconocimiento de que para resolverlos utilizan sumas de sumandos iguales. Para estos problemas resultará adecuada la escritura multiplicativa. Por ejemplo, para  $4 \times 7 = 28$ : 4 son los juguetes que van en cada bolsita, 7 son las bolsitas que la mamá tiene que preparar y 28, la cantidad de juguetes necesarios para completarlas.

A esta primera distinción entre suma y multiplicación apunta la ficha **66-Empieza la multiplicación**. Los problemas que se incluyen pueden resolverse utilizando sumas de distintos sumandos y de un mismo sumando. Además de resolverlos, se solicita a los niños la identificación de estos últimos. Esos problemas serán utilizados para introducir el signo de la multiplicación como una escritura equivalente a la suma reiterada de un mismo sumando.

Si bien se introduce rápidamente el signo de la multiplicación, su utilización durante un cierto tiempo tendrá únicamente la función de representar situaciones donde se encuentran presentes varias subcolecciones de un mismo cardinal y que pueden ser resueltas por medio de una suma reiterada.

En las fichas **70-Rogelio y su papá** y **79-Las ventas de don Blanco**, se incluyen problemas de suma, resta y multiplicación. En ambas, se solicita a los niños la escritura de los cálculos utilizados. Las escrituras elaboradas por los alumnos deberán discutirse al finalizar la resolución.

En la ficha 79 también se pide que, en el caso en que sea posible, se utilice una escritura multiplicativa.

#### Introducción de tablas

Completar una tabla en la que se vinculan dos universos (o magnitudes o dimensiones), como en el caso de la ficha **86-Don José**, **el almacenero**, en la que hay que establecer los precios de un número creciente de cajas de ravioles, permite que los alumnos exploren y pongan a prueba variados procedimientos, muchos de los cuales ponen en juego, de modo implícito, propiedades de la relación de proporcionalidad directa. Por ejemplo: para establecer el precio de 3 cajas de ravioles, se pueden sumar los precios de 1 caja y de 2 cajas: 2 + 4 y obtener \$ 6. Para saber el precio de 4 cajas pueden establecer que, como 4 cajas es el doble de 2 cajas, su precio es el doble, es decir, \$ 8, que es el doble de \$ 4. Otro procedimiento posible se apoya en el reconocimiento de que 1 caja más representa \$ 2 más y proceder agregando 2 al precio anterior. La idea de una constante que permite, en este caso multiplicando por 2 el número de cajas, establecer

el precio correspondiente, es compleja y relativamente inaccesible para los niños a esta altura de su aprendizaje. Sí es posible que para establecer el precio de 3 cajas, lo piensen, por ejemplo, como 2 + 2 + 2 = 6, con independencia de los valores que obtuvieron antes. Los procedimientos que mencionamos permiten encontrar los valores que corresponden. En los primeros intentos, los alumnos suelen cometer errores que de todos modos suponen una aproximación a algunos de los aspectos en juego; por ejemplo, a partir de la idea de que a más cajas mayor precio, hacen crecer los precios de a 1, obteniendo que 2 cajas valen \$ 3, 3 cajas valen \$ 4, etc. El hecho de que existen y de que los alumnos ponen en juego muy variados procedimientos hace posible pensar que en la confrontación posterior los niños podrán detectar errores, acordar respecto de los resultados e incluso poner a prueba los procedimientos que describen con otros valores.

Se sugiere realizar la puesta en común sobre la tabla antes de seguir trabajando.

Los problemas que siguen presentan situaciones relacionadas con la de origen: dar el vuelto por la compra de un número de cajas presente en la tabla o encontrar el precio de un dato que no se encuentra en la tabla. El precio correspondiente puede ser obtenido a partir de los datos incluidos en ella, sumando 2 cada vez al agregar una caja, o sumando dos valores anteriores (por ejemplo, sumar dos veces el precio de 3 cajas para obtener el precio de 6), o bien, sumando nuevamente \$ 2 para obtener el precio de 6 cajas. Es decir, a través de procedimientos que, como dijimos, ponen en juego de modo implícito las propiedades de la relación de proporcionalidad directa

Las tablas también están presentes en las fichas 94 y 97. En la última de estas fichas se presenta una situación similar a la de la ficha 86, para la cuál es necesario completar las tablas. Los procedimientos que se esperan son los ya descriptos. Los problemas que completan la ficha plantean situaciones referidas al contexto original con datos no presentes en la tabla.

#### Las configuraciones rectangulares

Las fichas **90-Pisos rectangulares** y **100-¿Cuántos habrá?** permiten trabajar otro aspecto de la multiplicación: las configuraciones rectangulares.

La organización rectangular permite, conociendo los resultados multiplicativos, evaluar rápidamente el número total de elementos. Así, si sabemos que un piso tiene  $4 \times 7$  cuadraditos, entendiendo por esto: 4 filas de 7 cuadraditos cada una, el producto  $4 \times 7$  permite conocer rápidamente el número total de cuadraditos, sin necesidad de recurrir al conteo de a uno o a la suma del número de cuadraditos de cada fila.

Dominar los distintos productos no se considera un objetivo para lograr en este año; las ejercitaciones que se presentan tienen por finalidad poner a los niños en contacto con situaciones de este tipo y analizar su relación con la multiplicación, ampliando así el campo de problemas relacionados con tal operación.

En la ficha 90, se pide organizar pisos rectangulares con una colección de 24 cuadraditos. Pretendemos que los alumnos construyan los pisos con los cuadraditos incluidos en las páginas recortables y descubran que es posible armar distintos pisos con un mismo número de elementos.

Esta ficha permite discutir la relación entre escrituras y las situaciones que le dieron origen. Así, se pide que, a partir de las escrituras multiplicativas, se compare el tamaño de los pisos o se calcule el número de cuadraditos empleados.

El docente puede organizar un trabajo de mensajes entre equipos: uno de los equipos construye un piso y elabora un menaje, sin dibujos, para que otro equipo pueda construir el mismo piso que el emisor. Una vez concluido, se comparan los pisos de ambos equipos. Las dificultades de esta tarea y las discusiones que organice el docente permitirán que las escrituras asuman el significado de representar una operación y, a la vez, tomarlas como un recurso para calcular una cierta cantidad.

En la ficha 100, se incluyen colecciones organizadas en forma regular. Dos de ellas están organizadas en configuraciones rectangulares. Como mencionábamos anteriormente, una organización de este tipo facilita establecer el total de elementos de la colección utilizando la multiplicación, pero los alumnos de segundo año están realizando las primeras aproximaciones y utilizan aún la suma reiterada. Este trabajo se retomará en años siguientes. Los dos pro-

blemas también se relacionan con una configuración rectangular: filas de azulejos en una pared

La ficha **94-La minigenerala** presenta el juego de la minigenerala. Su relación con la multiplicación está dada por la repetición de un mismo dado y el cálculo del puntaje en cada caso. Es importante que los alumnos jueguen en varias ocasiones antes de completar la segunda parte de la ficha.

El primer problema de la segunda página corresponde a una situación del juego, similar a la que se presenta cuando juegan. En el segundo, por el contrario, los valores que faltan corresponden, en unos casos, al cálculo de puntos y, en otros, a la cantidad de dados que se puede obtener a partir del puntaje obtenido.

Volveremos a este punto cuando tratemos la división.

La consigna de inventar problemas que puedan ser resueltos con una suma o una multiplicación, que utilicen el mismo par de números, obliga a los niños a reflexionar sobre el diferente rol que juegan los datos numéricos en una u otra operación.

Las restantes actividades continúan el trabajo de relación entre escrituras y situaciones.

#### En relación con la división

Desde la ficha **60-Envío de libros**, primera del grupo relacionado con la multiplicación, se plantean problemas relacionados con la división. Presentados en contextos utilizados para introducir la multiplicación, pueden verse como una situación particular de la multiplicación: calcular uno de los dos factores conociendo el producto de ambos, como, por ejemplo, en el juego de la minigenerala (ficha 94) saber cuántas veces se obtuvo el 6 si el total es 12.

Como ya mencionamos en relación a esta u otras fichas, los problemas pueden ser resueltos "pensados" desde la multiplicación, a partir de productos anteriormente calculados o como sumas o restas hasta llegar al número buscado, etcétera.

En *Hacer Matemática 2*, brindamos las oportunidades de iniciar la construcción del significado de la multiplicación y de hacer evolucionar los procedimientos de cálculo. Dejamos para tercer año un estudio sistemático de la división.

Las situaciones relacionadas con la división se incluyeron en las fichas 60, 75, 94, 95, 100 y 101.

El problema que se presenta en la ficha **75-En el campamento** tiene, como en otros casos, la peculiaridad de incluir datos no pertinentes para la resolución del problema: el dato referido al número de niños, el saber que se trata de chicos de segundo año no constituyen datos para ser tenidos en cuenta en la resolución.

Que no sean necesarios para resolver el problema no significa que se trate de datos introducidos artificialmente; por el contrario, se trata de datos que permiten imaginar con claridad la situación y que forman parte de situaciones reales similares a la presente.

Es este el motivo por el cual se trata de desarrollar en los niños la capacidad de seleccionar los datos pertinentes de un problema. En las situaciones reales, los datos pertinentes aparecen en general, junto otros datos que será necesario identificar y a la vez ignorar para obtener la información deseada. Podemos dar como ejemplo la situación de comprar un producto específico, para lo cual es necesario seleccionarlo entre una variedad de marcas, pesos y precios, ubicado entre otra gran variedad de productos diferentes.

La inclusión de tres datos: 115 botellas, 15 botellas por día y 7 días, y de las relaciones que existen entre ellos, permite que el problema sea resuelto utilizando distintos procedimientos: dividir 115 por 15 o por 7 (en este caso, la respuesta está dada por el resto); multiplicar 15 por 7 y comparar el resultado con 115, o realizar sumas o restas reiteradas. Seguramente, estos últimos procedimientos serán los desarrollados por los alumnos.

Los datos elegidos permiten una cierta facilidad en los cálculos, permitiendo que los alumnos se centren en la iteración del proceso que estén llevando a cabo.

Si se recurre a la suma de siete veces el número 15, los alumnos pueden realizar sumas parciales: 15 + 15 y luego adicionar "los 30" entre ellos. Una vez obtenido el resultado: 105, comparándolo con 115, se puede obtener el resultado del problema: 10 botellas.

En el caso de restar el 15 a 115, es necesario controlar el número de veces que se resta 15 y el resultado se obtiene directamente de la última resta.

Nuevamente, se pide que escriban los cálculos utilizados. Se pretende así que las escrituras matemáticas, elaboradas individualmente o presentadas en la discusión colectiva, adquirirán sentido a partir de su relación con las situaciones que permiten resolver.

El primer problema de la ficha **95-Los panchos para el cumpleaños** plantea componer una cantidad —60— en paquetes de 6, de 10 o una combinación de ambos y puede ser resuelto apoyándose en el conocimiento de los números (60 como 6 grupos de 10 o como la suma de 6 veces 10), o mediante sumas o restas reiteradas (hasta llegar a 60 o a 0). El problema tiene varias soluciones, y al pedirle a los alumnos que las busquen, se favorece que produzcan distintas descomposiciones aditivas y/o multiplicativas del número 60.

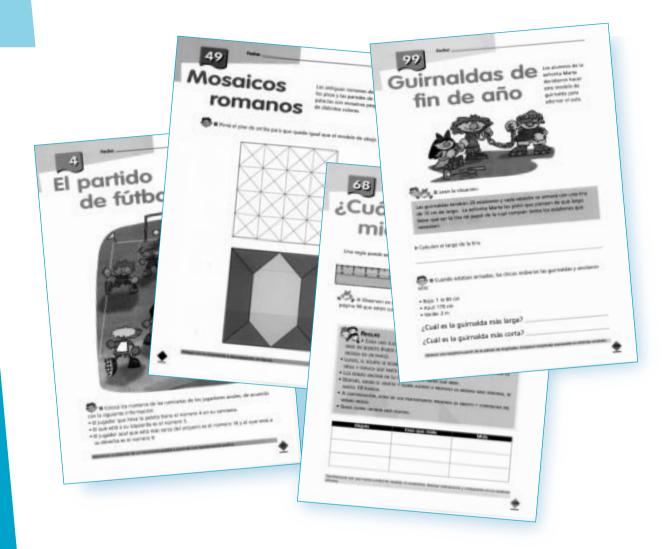
El segundo problema relanza la búsqueda, pero en este caso trabajando con paquetes de 6 y de 12, lo cual lo desvincula del sistema de numeración, pero al mismo tiempo amplía el número de soluciones.

Los problemas de "división" que se incluyen en la ficha **101-Las latas de gaseosas** se proponen en la línea planteada, considerando que serán abordados desde la multiplicación, a partir de productos anteriormente calculados, o como sumas o restas, hasta llegar al número buscado.

El segundo problema presenta una complejidad remarcable en relación con otros incluidos en el libro, que está dada por el hecho de que tanto la cantidad de libros como la cantidad de niños son muy grandes y obstaculizan "materializar" el reparto. Esto fuerza a que los niños prueben asignaciones: si le damos 1 libro a cada alumno, ya usamos 25; quedan 50 sin entregar. Si les damos 2, usamos 50 y quedan 25; entonces, es posible darles 3 a cada uno. Quienes procedan por restas sucesivas deben controlar que cada vez que restan 25, le dieron un libro a cada niño.

Al considerar un año escolar es importante distinguir los conocimientos respecto de los cuales se espera dominio por parte de los alumnos, de aquellos que apenas se inician y que su abordaje tiene carácter de exploración. A nuestro criterio, este último es el caso de la división en segundo año. Entendemos que para aprender a dividir, tanto en cuanto a los problemas que se vinculan con esta operación como en cuanto a los procedimientos de cálculo, es importante haber aprendido bastante de la suma, la resta y la multiplicación. Por ello, estas operaciones son el trabajo central en segundo año y lo serán también al iniciar tercero.

# ESPACIO, FORMA Y MEDIDA



En este bloque, se ofrece un grupo de experiencias con las cuales los niños pueden continuar con el proceso de organización y estructuración del espacio que los rodea e iniciar sus primeros aprendizajes geométricos. Las fichas incluidas en el bloque se refieren a:

- La organización del espacio (fichas 4 y 30).
- La representación gráfica del espacio (fichas 10, 65 y 69).
- Regularidades gráficas (fichas 44 y 71).
- Figuras geométricas (fichas 19, 49 y 92).
- Medición (fichas 55, 68, 78 y 89).

En la mayoría de las fichas, las actividades propuestas corresponden a dos o más de estos aspectos, pero en este texto serán analizados separadamente.

#### La organización del espacio

Cuando hablamos de organización del espacio estamos hablando de conocimientos importantes en la vida de toda persona, pero raramente aceptados como tales en la escuela. Nos referimos a saber interpretar un plano, dibujar un croquis para proveer cierta información de ubicación a otra persona, dar instrucciones verbales para llegar a un lugar preciso o poder representar en un plano objetos o situaciones espaciales. Muchos de estos conocimientos son necesarios para abordar con éxito el aprendizaje de la Geometría, pero no son capacidades espontáneas y son dejados, en general, bajo la responsabilidad de cada uno de los niños. La escuela tiene una gran responsabilidad en su adquisición.

Incluimos actividades que hacen enfrentar a los niños con situaciones que implican describir, tanto oral como gráficamente, la ubicación de objetos o personas en un lugar determinado o interpretar una descripción realizada. Para hacer estas descripciones es necesario establecer relaciones entre los objetos involucrados en la situación y elaborar y utilizar un vocabulario específico.

El vocabulario ligado al espacio es utilizado frecuentemente para ubicarnos o ubicar objetos o personas en la vida cotidiana. Con las actividades correspondientes se pretende, por un lado, precisar las expresiones utilizadas por los niños y, por otro, favorecer y equiparar su uso en el grupo escolar.

En la ficha **30-Dictado de colores**, se utiliza un contexto de dictado de ciertas configuraciones que deben ser reproducidas por un compañero.

Para describir la figura de modo que su compañero pueda pintarla exactamente igual, el emisor deberá identificar las distintas figuras (triángulos y rectángulos) que componen la configuración, determinar su ubicación con respecto al rectángulo que sirve de marco o con respecto a otras figuras y elaborar un lenguaje pertinente que le permita comunicar a su interlocutor la información que haya seleccionado.

Se pide, por lo tanto, la interpretación de ubicaciones espaciales dadas en forma verbal.

El niño que recibe la descripción, a partir de la información proporcionada por su compañero, deberá identificar cada una de las figuras y el color correspondiente.

La inclusión de dos figuras permite que, entre ambas actividades, los niños, guiados por el docente, discutan las dificultades que aparecieron en el primer dictado y busquen acuerdos tanto en la forma de identificar las figuras como en la de dictar sus ubicaciones en la configuración. Estos acuerdos surgirán del análisis de los alumnos, de las diferencias entre las configuraciones, de las posibles causas de los errores o malentendidos y de los modos de superarlos.

Se trata de que los alumnos mejoren progresivamente el uso de estas relaciones como recurso pertinente para tal descripción.

La segunda página de la ficha presenta dos descripciones de figuras que deben ser coloreadas por los niños siguiendo instrucciones, en el primer caso, e identificar la figura que está correctamente pintada, en el segundo.

En la ficha **4-El partido de fútbol**, la descripción de los jugadores, que incluye en muchos casos su ubicación espacial, es suficiente para identificar a cada uno y poder colocarle el número correspondiente.

De esta manera se presentan, los dos aspectos de esta actividad: por una parte, determinar las relaciones espaciales y elaborar el vocabulario y las expresiones pertinentes para comunicarlo y, por otra parte, interpretar descripciones que utilizan relaciones espaciales y realizar una acción en función de ellas. Esto último permite, además, conocer expresiones usuales que podrían no haber aparecido en las descripciones realizadas por los niños.

Actividades como estas, de descripción e interpretación, deberían trabajarse a lo largo del año. Las figuras para describir deben ser cuidadosamente elegidas por el docente para permitir que se pongan en juego las relaciones espaciales que se desea hacer evolucionar.

#### La representación gráfica del espacio

Representar gráficamente los objetos del espacio tridimensional en un plano de dos dimensiones, la hoja del cuaderno, el libro o el pizarrón, y, por otra parte, interpretar una representación gráfica, constituyen competencias fundamentales para el desarrollo de los niños y un instrumento importante para adquirir nuevos conocimientos no solo en el ámbito de la Matemática.

El pasaje del espacio al plano exige un trabajo específico que se plantea en distintas fichas. Aparecen, por un lado, actividades relacionadas con la representación de situaciones y de movimientos y, por otro, con la interpretación de tales representaciones, en particular de dibujos realizados por niños.

Producir una representación gráfica implica seleccionar la información que debe representar-

se, los objetos involucrados y las relaciones que mantienen entre ellos. Por otra parte, si se trata de comunicar una información, la consideración del receptor del mensaje exige hacerse cargo de la comprensibilidad del mensaje: ¿qué lenguaje y qué códigos usar?, ¿serán comprensibles?, ¿entenderán lo que se quiere comunicar?

La exigencia de mayor precisión en la representación gráfica de situaciones espaciales requiere iniciar un trabajo con técnicas de construcción. En 2º año planteamos situaciones de utilización de la regla para trazar líneas rectas, uniendo puntos o sobrepasando una línea marcada por puntos (fichas 10-Con la regla y 64-¡Líneas bien derechas!).

La construcción de figuras utilizando la regla es una actividad poco habitual en la escuela y, en particular, en los primeros años de escolaridad. Con frecuencia, se considera que los niños deben tener la libertad de expresarse en un dibujo sin restricción alguna. Queremos señalar que las actividades se centran en otro aspecto de las representaciones gráficas que es necesario desarrollar, de manera que los niños puedan contar, más adelante, con la capacidad de reproducir con precisión una figura o realizar un croquis a escala o diseñar un objeto, maquinaria, etcétera.

La ficha **69-Para la primavera** da instrucciones gráficas para realizar un adorno para el aula. Se pretende que los alumnos, a partir del gráfico que indica el movimiento a realizar y de las instrucciones escritas, puedan construir la flor del modelo.

Seguir instrucciones para armar o manipular un aparato es una de las capacidades básicas necesarias para vivir en la sociedad actual.

#### Figuras geométricas

En relación con las figuras geométricas, la propuesta es para que los alumnos empiecen a identificarlas, trazarlas, describirlas, descubrir sus propiedades... Trabajarán con un conjunto de figuras básicas, las más conocidas y utilizadas, como cuadrados, triángulos, círculos y rectángulos. La opción de involucrar a todas estas figuras en cada actividad y no de presentarlas una a una, debería permitir que los niños establezcan distintas relaciones entre ellas, las identifiquen por sus propiedades comunes o diferentes, tomen conciencia de cuáles son las características que permiten distinguir sus representaciones gráficas...

En la ficha **19-Armando figuras**, se plantea reproducir una configuración con las piezas del Tangram incluidas en las páginas recortables. Para reproducirla es necesario identificar cada una de las piezas y su posición en la configuración.

El Tangram puede ser utilizado con cierta frecuencia durante el año escolar para armar figuras libremente o para construir una figura y dictar a otro equipo las instrucciones necesarias para que construya una similar.

De la misma manera puede organizarse una actividad donde un equipo construye una figura, la dibuja, y el equipo que la recibe debe construir una figura igual.

En todos los casos sería conveniente organizar momentos de discusión y de búsqueda de acuerdos para mejorar el dictado y la reproducción, de manera de avanzar en esta tarea, para lograr mayor precisión tanto en el vocabulario como en las relaciones espaciales utilizadas.

Pretendemos que la adquisición de un vocabulario que permita comunicar posiciones, describir e identificar objetos, indicar oralmente ciertos movimientos, se produzca a raíz de su utilidad para resolver situaciones.

En la segunda parte de la ficha, se solicita reproducir una figura en equipo, con algunas de las piezas del Tangram de cada alumno. La necesidad de colaborar entre todos para la construcción favorece el intercambio y la discusión de información sobre las figuras usadas.

En la ficha **49-Mosaicos romanos**, para pintar el piso de la izquierda es necesario identificar cuáles de las figuras bases (triángulos o cuadrados) componen cada una de las figuras de la derecha. Este será uno de los conocimientos importantes para trabajar posteriormente en otros temas de Geometría: lograr "ver" en una figura distintas relaciones entre sus elementos, incluso considerarlos como compuestos de otros elementos y poder descomponerla y componerla nuevamente.

Finalmente, la ficha **92-El puente** solicita la identificación en la imagen de los trozos presentes en los cuadraditos inferiores. Con frecuencia, observar una porción pequeña de un dibujo impide ver la globalidad de toda la figura que le da sentido a cada porción.

#### Regularidades gráficas

Cuando hablamos de regularidades gráficas nos referimos a traslaciones de un modelo en una sola dirección, formando una línea o en dos direcciones para cubrir el plano.

En la ficha **44-Papeles de regalo**, se trata de determinar cuál es el modelo que se utilizó para construir el papel de regalo. Para seleccionar el modelo es necesario determinar la posición de cada uno de los motivos dentro de la configuración.

En la segunda parte, se plantea construir un papel de regalo con las figuras de las páginas recortables. En este caso, los niños decidirán los movimientos que realizarán para construir el papel. Desfasar los modelos permite obtener efectos más originales para el papel de regalo.

En la ficha **71-Adornos para festejar la primavera**, se dan las instrucciones para armar guirnaldas. Para los niños resulta bastante sorprendente obtener una guirnalda a partir de recortar una muñeca en una de las caras del acordeón de papel.

La segunda parte constituye una dificultad mucho mayor, ya que se solicita, a partir de la guirnalda, que realicen el dibujo para obtenerla. A veces, son necesarios varios ensayos. La imposibilidad de obtener la guirnalda deseada será el motor para reflexionar cuál es el modelo que se repite y cuáles son los puntos o trozos de contacto entre las hojas que es necesario respetar. En este caso, la discusión entre todos puede favorecer la verbalización de las acciones necesarias para obtenerla.

Esos momentos de discusión, moderados por el docente (en el sentido de mantener centrado el objeto de la discusión, pedir opiniones a los demás compañeros, solicitar una conclusión...), son los más ricos desde el punto de vista del aprendizaje.

Si esta actividad resulta demasiado complicada puede ser reemplazada por una guirnalda más simple, antes de presentar la que se incluye en el libro.

#### Medición

Con relación a la medición, en este nivel se propone introducir las unidades convencionales: el metro y el centímetro. Son unidades muy presentes en la vida de los niños, sobre todo en la escuela, en el caso de los centímetros de su regla.

Los niños poseen numerosos conocimientos sobre medición, adquiridos en su contacto con las actividades propias de su edad: saben que hay chicos más altos o más bajos, pueden comparar el tamaño de dos objetos, saben en cuál recipiente entra más agua...

Estos son conocimientos que les permitirán enfrentarse con problemas e imaginar procedimientos o diversos intentos para resolverlos.

En algunos casos, habrá que determinar si hay que medir o no; en otros, seleccionar la unidad de medida (convencional o no) y en otros casos, determinar si se requiere una medida exacta o aproximada.

En la primera parte de la ficha **55-Largos y cortos**, se propone que el docente presente a los niños un metro de madera y les haga construir metros de papel con los cuales puedan medir distintos objetos del salón. En un primer momento, se trata de determinar si los objetos elegidos miden más de 1 metro, 1 metro o menos de 1 metro. Esto determina una clasificación de objetos a partir de su medición.

En la segunda actividad, se pide una anticipación de la medida de los objetos antes de proceder a su medición. Se trata de desarrollar en los niños la capacidad de estimar la medida de un objeto con referencia al metro tomado como unidad. La medición efectiva posterior servirá para confirmar o modificar su estimación previa.

El centímetro es introducido en la ficha 68-¿Cuánto mide? para medir objetos más pequeños u obtener mayor precisión. Como dijimos anteriormente, esta unidad de medida está presente en las actividades escolares de los niños por medio de la regla.

En este caso, se organiza una actividad en equipo para estimar las medidas de algunos objetos y la medición posterior para comprobar. Se pretende favorecer el aumento de la precisión en la acción de medir con centímetros sin que ello implique una desvalorización de la estimación, que resulta sumamente útil es muchas ocasiones.

En la ficha **78-¡A medirse!**, se plantea que los niños del salón midan su altura, utilizando metros y centímetros, las dos unidades ya presentadas.

Los ejercicios de la segunda parte pretenden iniciar el análisis de las equivalencias entre medidas que utilizan únicamente centímetros o aquellas que incluyen, también, el uso del metro como unidad.

Aprender a medir también significa aprender a decidir si para responder a una pregunta que involucre medidas es suficiente "mirar" o es necesario medir, es decir, decidir en cuáles situaciones la medición es un recurso pertinente. Esta es la actividad que se plantea en la ficha 89-; A ojo o midiendo?

Así, tratamos que los alumnos asuman la responsabilidad de decidir sus acciones y de elegir los recursos que utilizarán para resolver una cuestión.

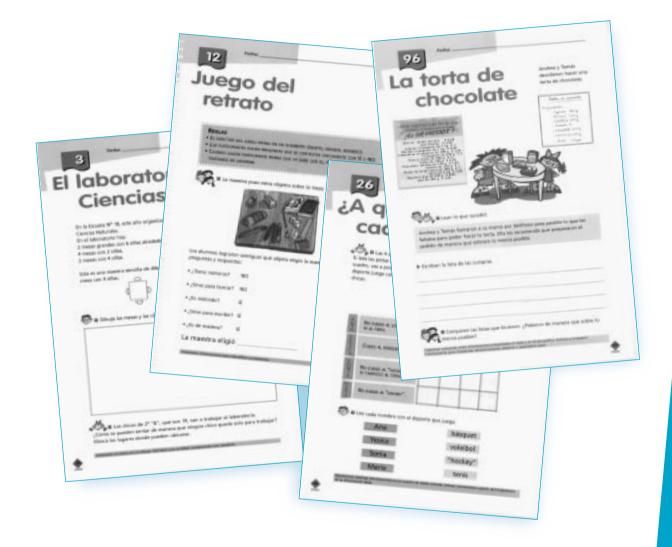
La Matemática provee recursos para anticipar acciones; así, si se conocen las medidas de dos objetos, puede anticiparse la medida del objeto que se forma con los dos iniciales. Es el caso de las guirnaldas que se presentan en la ficha **99-Guirnaldas de fin de año**, donde se conoce la medida de cada uno de los eslabones. En esta actividad no se trata de medir objetos, sino de anticipar cuál será la longitud total de la guirnalda, que se puede obtener sumando las longitudes de los eslabones.

La medición de magnitudes recién se inicia, y será necesario el trabajo con otras magnitudes como peso, capacidad, el análisis de las equivalencias entre distintas unidades, el análisis de los errores de medición, etc., para que los niños puedan conceptualizar la noción de medida y las habilidades prácticas para realizar mediciones efectivamente.

En relación con la medición del tiempo, se proponen variadas actividades con el calendario y sus subdivisiones: meses, semanas y días, para que los alumnos conozcan dicha organización en términos de sucesiones, regularidades, etc., y que, manejando ciertas unidades (semana: 7 días), puedan desarrollar procedimientos diversos desde el conteo a la anticipación. Estos aspectos se trabajan en las fichas 58-Sumas fáciles y de las otras y 97-Tablas y más tablas.

Las medidas de tiempo son, además, un contexto para la numeración, y el progreso de los alumnos en sus conocimientos numéricos les permite un primer abordaje en el terreno aritmético de la medida.

### **TRATAMIENTO** DE LA INFORMACIÓN



En la vida cotidiana, tratamos constantemente informaciones muy diversas y, para ello, usamos conocimientos, habilidades, etc., que no son patrimonio exclusivo de la Matemática. Pero el tratamiento de la información también está involucrado en la actividad matemática y resulta conveniente, sobre todo en los primeros acercamientos de los alumnos al aprendizaje sistemático, proponer situaciones que enfoquen aspectos particulares de dicha actividad.

Formular preguntas a partir de distintos contextos, distinguir cuáles pueden ser respondidas utilizando herramientas matemáticas y cuáles no; identificar fuentes de información; leer un gráfico, un anuncio, una tabla; organizar, recolectar, seleccionar y comunicar información, etc., son algunos de los aspectos de la actividad matemática que pueden ser objeto de propuestas específicas de enseñanza.

En este bloque, las propuestas se organizan en las siguientes líneas de trabajo:

- Representación gráfica de situaciones (ficha 3).
- Identificación de elementos a partir de sus características (fichas 12, 18, 24, 26, 85).
- Extracción de información presente en diversos portadores (fichas 2, 5, 9, 21, 53, 61, 67, 77, 85, 96).

#### Representación gráfica de situaciones

Como dijimos, tanto la interpretación como la representación de situaciones utilizando diversos recursos como gráficos, tablas, esquemas, fórmulas, etc., facilita la extracción y el tratamiento de la información.

Para resolver un problema, uno de las aspectos más importantes es poder representar, es decir, poder imaginar la situación, mentalmente o en forma gráfica, identificando los personajes o elementos que intervienen y la "historia" que cuenta.

Si bien, a cierta altura, se pretende que los alumnos logren resolver un problema a nivel matemático sin necesidad de graficar la situación, este es un paso importante para lograrlo.

En la ficha **3-El laboratorio de Ciencias Naturales**, se pide a los niños que dibujen las mesas y sillas del laboratorio, para propiciar que se imaginen el laboratorio y como está organizado

Esta representación facilita la resolución del último problema. Ubicar a los niños en las mesas, de forma tal que ninguno quede solo, puede ser realizado de distintas maneras. Una confrontación de las soluciones encontradas les mostrará que existen diferentes soluciones correctas y que un problema no siempre tiene una única solución.

## Identificación de elementos a partir de sus características

Hubo un momento, en la enseñanza de la Matemática, que se difundieron múltiples propuestas para estimular el desarrollo del pensamiento lógico en los niños. Entre ellas, los juegos propuestos por Z. Dienes (Bloques lógicos, Trimat, Cuadrimat, etcétera).

Aunque dichas propuestas fueron objeto de revisiones e incluso de cuestionamientos, eso no debería conducir a la creencia de que los niños no necesitan trabajar sobre aspectos lógicos o que la escuela no tenga nada que proponer.

En *Hacer Matemática 1* y *Hacer Matemática 2* incluimos actividades vinculables a estos aspectos, asumiendo que los avances de los niños en este terreno no se generalizan de modo inmediato y que las actividades no provocan por sí solas cambios estructurales.

Como en otros terrenos de la actividad matemática, los alumnos avanzan de modo complejo, no lineal, producen en contextos determinados y las descontextualizaciones son relativas, pasan por períodos largos de relativa detención y en otros se producen profundas reestructuraciones que modifican claramente sus desempeños.

Si bien, hasta cierto punto, estos avances son producto del desarrollo de los niños, hay algunos aspectos que pueden ser objeto de propuestas específicas.

En *Hacer Matemática 2* se incluyen varias actividades de identificación de elementos a partir de sus características, que pueden ser utilizadas para todos los niños o para quienes encuentren mayores dificultades.

Se propone una secuencia de trabajo en torno al juego del retrato. Se organiza a partir de una situación básica que consiste en averiguar qué objeto, dibujo o número elegió uno de los participantes del juego (en algunos momentos, el maestro; en otros, los compañeros).

Este juego es utilizado en función de dos perspectivas:

- la del aprendizaje de la resolución de problemas;
- la de los aprendizajes numéricos (la ficha **33-Adivino el número** se analizó en el bloque correspondiente a "Número").

Desde la primera perspectiva, este juego se considera un problema abierto en el que hay algo que averiguar, para lo cual los alumnos tienen que obtener informaciones. Se trata de favorecer que tomen en cuenta la información que se produce y mejoren la búsqueda y el tratamiento de la misma.

La ficha 12-Juego del retrato, que inicia la secuencia, propone la realización efectiva del

juego del retrato; para las primeras veces es conveniente que la maestra lo dirija. Los primeros juegos permiten familiarizarse con las reglas y aprender a formular las preguntas. Al inicio, se debe establecer el universo de objetos sobre el que se va a jugar, por ejemplo, objetos de la clase. Una organización posible es armar grupos e indicar que tienen que pensar juntos qué van a preguntar antes de hacerlo. En un segundo momento, la maestra puede incorporar una nueva consigna: "Otros chicos de segundo lograron averiguar bastante rápido qué objeto era. Para saber cuánto les lleva a ustedes voy a hacer una marca por cada pregunta y dos marcas cada vez que arriesgan. Vamos a ver si de una vez a otra logran averiguarlo con menos preguntas.".

En la ficha aparece una partida simulada que cobra sentido como actividad individual cuando los alumnos ya conocen bien el juego.

La ficha 18-Juego del retrato (2) retoma el juego, pero esta vez propone trabajar sobre un universo definido, que es el de los payasos que están en las páginas recortables. Dicho universo está armado en función de presencia-ausencia de ciertas características que permiten una clasificación estricta. Las características del universo hacen que haya una estrategia óptima (jerarquizar las preguntas en función de la cantidad de elementos del conjunto que permiten eliminar) que, aunque no sea dominada por los alumnos, justifica un análisis de las preguntas en términos de "cuáles son las mejores para averiguar rápido el payaso elegido". La ficha hace esta propuesta y es conveniente realizar una puesta en común para que los alumnos expliquen por qué una pregunta es mejor que otra.

El hecho de tener el universo de referencia presente y disponible frente a sí permite que los alumnos actúen sobre él en función de las informaciones que reciben, por ejemplo, apartando o dando vuelta los payasos que quedan eliminados en función de la información que reciben. Sin embargo, estas acciones representan una forma de tratamiento de la información que no es completamente espontánea y que muchos alumnos no emprenden o no lo hacen de forma sistemática y cuidadosa. Para permitir que todos reconozcan el valor de las mismas, se propone una simulación: tachar los payasos en la hoja, en función de una pregunta y una respuesta.

En la actividad siguiente, se propone la reconstrucción de la información que produjo el "tachado" que se presenta.

Existe un juego de mesa llamado Quién es quién, que responde completamente a la estructura del juego del retrato, en el cual las fichas pueden rebatirse, o pueden armarse otros universos sobre los cuales jugar. En particular, en este libro, el juego se prolonga al proponer su realización sobre un universo muy importante para ser tomado como objeto de observaciones y caracterizaciones: los 100 primeros números (ficha **33-Adivino el número**).

La ficha **24-Juego del retrato (3)**, tercera de la secuencia, les presenta a los alumnos un conjunto de informaciones que les permitirá identificar la muñeca elegida. Luego, propone elaborar pistas para que un compañero adivine. Esta actividad exige seleccionar la información necesaria y suficiente que permita identificar el elemento en cuestión.

Tanto la elaboración de preguntas como la selección de datos son aspectos del planteo y de la resolución de problemas que serán largamente trabajados en otras fichas.

La ficha **26-¿A qué juega cada una?** presenta un juego de "ingenio". Tratar de obtener nueva información a partir de la información dada.

Por ejemplo, saber que Yesica juega al básquet junto con la información de que Ana no juega al voleibol ni al tenis, permite determinar que Ana juega al "hockey".

Para realizar esta actividad, se sugiere representar con una "X" las informaciones negativas (Ana no juega al tenis, entonces se coloca una "X" en el lugar correspondiente) y con un "•", las positivas. Esta es una de las ocasiones en que se propicia poner en juego un recurso que puede ser útil para organizar y tratar informaciones en diversos problemas.

Una vez que se complete la tabla, el docente incentivará a los niños a verificar si los resultados obtenidos constituyen la respuesta al problema, utilizando sus propios recursos. De esta manera, tratamos de desarrollar la autonomía de los alumnos para realizar actividades matemáticas.

En la ficha **85-La mascota**, pueden utilizar ese recurso para organizar la información relativa al cuidado de una mascota a lo largo de una semana.

## Extracción de información presente en diversos portadores

La ficha **2-Los cumpleaños** plantea trabajar con un calendario, completándolo con los cumpleaños de los niños del curso.

Esta información será usada para responder las preguntas sobre la cantidad de cumpleaños, y la comparación entre lo que ocurre en los diferentes meses. Los meses del año y la escritura de las fechas de cumpleaños ofrece el contexto para plantear a los niños la extracción de información de este portador tan habitual como es el calendario.

En la ficha **5-El registro de asistencia**, se continúa con la escritura de fechas al trabajar con el registro de asistencia de la maestra. En esta ocasión, se introduce la escritura habitual de las fechas, representando numéricamente los meses del año.

Responder las preguntas que plantea la segunda parte, exige que los niños ubiquen la información que se desea (por ejemplo, los chicos que cumplen años en el mes de junio) e interpreten la escritura que se presenta.

Las fichas 21, 53, 61, 67, 77 y 96 presentan distintos portadores: una vidriera con precios, un cartel con horarios y precios, un enunciado con muchos datos, un "ticket" con productos y precios, una información extraída de un periódico con los puntajes obtenidos en un campeonato y una receta con los ingredientes y precios de los productos necesarios.

En todos los casos, se deben responder preguntas a partir de la información que pueden extraer de los portadores. En muchos casos, la información necesaria no está presente en los portadores directamente, sino que es necesario elaborarla.

Los alumnos están acostumbrados a que los datos estén en el enunciado. En la ficha 21-Compras para la escuela, se presentan informaciones que permitirán establecer los datos. En algunos casos, simplemente tienen que localizar el precio del elemento mencionado (por ejemplo, cuaderno de 100 hojas); en otros casos, tienen que interpretar que la información está dada en términos de intervalos (expresión que usamos en la comunicación docente, no con los niños) y tienen que identificar el intervalo al cual pertenece el número (ubicar el precio de un par de zapatillas número 32 en el cartel "Zapatillas", Números 30 al 35 \$ 28).

Un modo posible de organizar el trabajo es el siguiente:

- Proponer a los alumnos describir la imagen y leer los carteles.
- Leer el primer enunciado y dar tiempo a los niños para trabajar (es de ubicación directa).
- Lo mismo con el segundo. Si se observa que para muchos es muy arduo localizar los datos, se puede promover que en grupos pequeños comenten las dificultades y los modos de resolverlas. Eventualmente, puede ser necesaria una puesta en común relativa al procedimiento de obtención de los datos. Después de la misma, se podrá trabajar con los problemas siquientes.

La propuesta de inventar "problemas de compras", que completa la ficha, permitirá, eventualmente, que pongan en juego la distinción entre informar el elemento comprado y localizar el precio.

Volviendo al aspecto de la localización o elaboración de los datos, en la ficha **53-En el club**, para conocer cuánto tuvieron que pagar Juan y su primo, los alumnos deben no solo identificar en el cartel el precio a pagar por la pileta y el tenis, sino, además, adicionar lo correspondiente a las dos personas, teniendo en cuenta que el precio del tenis ya corresponde a dos personas y en cambio la pileta se paga individualmente.

En dos de las fichas citadas se incluye la consigna de inventar preguntas. Inventar preguntas o problemas a partir de un cúmulo de datos exige de los niños un trabajo más complejo que responder a las preguntas que plantea el docente o el libro de texto: seleccionar en un primer momento las personas o elementos sobre las que portará la pregunta, cuestionarse sobre cuál será la pregunta a formular: ¿Cuántos ... hay? ¿Hay más ... que ....? ¿Alcanzan ...? ¿Faltan ....?

Formular una pregunta correctamente involucra una comprensión del problema y, en general, quien la produce está en condiciones de responderla.

En la ficha **67-El "ticket" de las compras**, se propone localizar información o producirla a partir de un portador frecuente en la vida cotidiana, pero bastante complejo por la cantidad y variedad de información contenida. Esta actividad puede prolongarse con la investigación de otros portadores aportados por los niños y/o los docentes.

En la ficha 61-El "picnic" de la primavera, el portador de la información es un enunciado con muchos datos. Se formularon cinco preguntas, algunas de las cuales se responden simplemente localizando los datos en el enunciado. Para responder las otras es necesario realizar una comparación o un cálculo. Justamente esta distinción es la que se busca provocar con las consignas siguientes. Esta actividad orienta la intención de que los alumnos puedan reconozcan las preguntas que se pueden responder utilizando herramientas matemáticas, lo cual permite producir nuevas informaciones.

Como en muchos otros casos, no se incluyó una consigna de puesta en común (reconocida como arbitrio del maestro), sin embargo, la complejidad del análisis propuesto y el desafío siguiente, que es producir preguntas de un tipo y de otro, sugieren la conveniencia de realizarla para asegurar que todos los alumnos se involucren en el asunto que está en juego en la actividad. Así como las preguntas ya formuladas fueron objeto de análisis, las producidas por los niños también lo serán. Se intentará que los alumnos den razones de su clasificación, ya sea por el tratamiento de los datos ("figura acá", "hay que sumar para saber") o por el carácter de la información con que responden (nueva o no).

Estas actividades suponen una fuerte reflexión por parte de los alumnos sobre lo que hacen y sobre lo que obtienen, y su "trasfondo" no son los conceptos matemáticos en sí (la suma, la resta, los números...), sino la actividad matemática misma: su sentido, su potencia. Sin duda, se espera que todas las situaciones de aprendizaje alimenten la apropiación de los alumnos del sentido de la actividad matemática, pero, al mismo tiempo, se quieren ofrecer contextos y condiciones de las actividades que favorezcan una "vuelta" de los alumnos sobre su producción. Estas reflexiones son contextuadas, particulares, no cobran un carácter de saber (formulable en términos matemáticos) y, sin embargo, pueden incidir en la calidad de los procesos y de las adquisiciones.

La ficha **77-Concurso de preguntas** representa una oportunidad de reinvertir las distinciones trabajosamente conquistadas: las preguntas formuladas tienen distinto valor según produzcan nueva información o no.

La ficha **96-La torta de chocolate** hace interactuar la información presente en la receta con los ingredientes necesarios, los ingredientes disponibles que están sobre la mesa y la lista de productos y precios del supermercado.

Esta es una situación compleja con mucha información disponible, que involucra información sobre distintas medidas de capacidad, peso y precios, si bien los últimos no son necesarios para responder a las cuestiones planteadas.

Para cada ingrediente es necesario relacionar la información contenida en cada uno de los portadores; por lo tanto, puede considerarse como una serie de pequeños problemas que pueden ser resueltos independientemente.

En *Hacer Matemática 2* también se inician algunas tareas de determinación de la verdad o falsedad de afirmaciones, a partir de ciertas informaciones que provee el texto o la imagen.

La ficha **9-La cena familiar** incluye la imagen de una cena familiar y algunas afirmaciones a las cuales es necesario responder con V (verdadero) o F (falso) según el caso.

Se trata de expresiones no siempre usuales en el vocabulario de los niños y es por este motivo que será necesario organizar discusiones entre ellos para clarificar su sentido en relación con la imagen.

En la segunda parte de la ficha **53-En el club** y al final de la ficha **74-El mundo animal**, se plantean afirmaciones de las cuales es necesario determinar su veracidad.

### **BIBLIOGRAFÍA**

BLOCK, D. Y FUENLABRADA, IRMA: Matemática Primer Grado. Subsecretaría de Educación Básica y Normal de la Secretaría de Educación Pública. México, 1993.

Brousseau, Guy: "Fondements et methodes de la didactique des mathematiques", en Recherches en Didactique des Mathematiques, vol. 7, N° 2. Versión en castellano publicada por la Facultad de Matemática, Astronomía y Física de la Universidad Nacional de Córdoba.

BROUSSEAU, GUY: "Los diferentes roles del maestro". En Parra, C. y Saiz, I. (comp.): Didáctica de Matemática. Buenos Aires, Ed. Paidós, 1993.

BROUSSEAU, GUY: "¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas?". En Enseñanza de las Ciencias, vol. 8, N° 3, 1990 y vol. 9, N° 1, 1991.

FUENLABRADA, IRMA Y COLABORADORES: Matemática Segundo Grado. Subsecretaría de Educación Básica y Normal de la Secretaría de Educación Pública. México, 1994.

INRP - ERMEL.: "Un, deux... beaucoup passionnèment! Les enfants et les nombres rencontres pedagogiques", Nº 21, 1988.

INRP - ERMEL: "Apprentissages numèriques et rèsolution de problèmes. Cours prèparatoire". París, Hatier, 1991.

INRP - ERMEL: "Apprentissages numèriques et rèsolution de problèmes". París, Hatier, 1990.

KAMII, CONSTANCE: El número en la educación preescolar. España, Visor libros, 1984.

KAMII, CONSTANCE: El niño reinventa la aritmética. España, Visor Libros, 1986.

LERNER, DELIA: La matemática en la escuela. Aquí y ahora. Buenos Aires, Editorial Aigue, 1992.

PARRA, C. y SAIZ, I.: Los niños, los maestros y los números. Dirección de Currículum, MCBA. Buenos Aires, 1992.

PARRA, C. Y SAIZ, I.: Didáctica de la Matemática - Aportes y reflexiones. Buenos Aires, Paidós Educador, 1994.

PELTIER, M., VERGNES P. Y CLAVIÉ, C.: Le nouvel Objectif Calcul, Maths. Livre du maitre. París, 1997.

SEP-OEA: Problemas y operaciones de suma y resta. México, D.G.E.E., 1988.

#### **DOCUMENTOS CURRICULARES CONSULTADOS**

CASTRO, ADRIANA: "Matemática en el Nivel Inicial. Documento de Trabajo". Dirección de Currículum, MCBA, 1995.

Diseño Curricular Primer Ciclo E.G.B. - Provincia de Corrientes - Ministerio de Educación, 1997.

Diseño Curricular Primer Ciclo E.G.B. - Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 1998.

Contenidos Básicos Comunes para la Educación General Básica - Ministerio de Cultura y Educación de la Nación, 1994.